Corso di Fisica per CQPS

AA 2008/09

F.-L. Navarria
navarria@bo.infn.it
http://www.bo.infn.it/ctf/eser

Corso di Fisica per CQPS

- struttura del corso
  – lezioni&esercizi 32h
    - grandezze fisiche e loro misura
    - meccanica (punto, sistemi, fluidi)
    - termodinamica
    - elettromagnetismo
    - oscillazioni, onde, ottica geometrica
- orario delle lezioni

  mar 14-17; mer 14-17   (14h30-17h30 (?))

  – ricevimento

  mar 13-14 (R); mer 13-14 (R)

Testi consigliati

- Ezio Ragozzino, *Principi di Fisica*, Ed. EdiSES (Napoli)
- Desmond M. Burns e Simon G.G. MacDonald, *Fisica per gli studenti di biologia e medicina*, Ed. Zanichelli (Bologna)

URL consigliati

- pagina principale per gli studenti di CQPS
  http://www.bo.infn.it/ctf/eser
- programma del corso (link)
- eserciziario elettronico (link)
- meccanica dei fluidi
  http://ishtar.df.unibo.it/mflu/html/cover.html
- diffusione nelle soluzioni
  http://ishtar.df.unibo.it/dif/html/diffu/index.html
- corrente elettrica e circuiti
  http://ishtar.df.unibo.it/em/elet/cover.html

L’esame / lo scritto

- lo scritto consiste di sei esercizi da completare in 1h30
- si supera con un minimo di tre esercizi corretti su sei [formula risolutiva, risultato con unità di misura e 3 cifre significative]
- l’orale è facoltativo

Compito 29

Facoltà di Farmacia - Sede di Rimini
Corso di Controllo di Qualità dei Prodotti per la Salute - A.A.2007/08
Compito di esame di Fisica
Appello 2008

Cognome e nome... N.Matricola.................

1)L'accelerazione di gravità a su Marte è 3.3 m/s². Un ragazzo ha una massa pari a 33 kg. Qual è il suo peso su Marte (in Newton)?

2)Due resistenze, R_1 = 12 Ohm e R_2 = 29 Ohm, sono poste in parallelo in un circuito alimentato da una batteria di 18 V. Quanto vale la corrente che circola nel circuito?

3)Per il moto di un fluido di densità ρ e viscosità η dentro un condotto di raggio r, il Numero di Reynolds è definito come $N_R = v \cdot r \cdot \rho / \eta$, dove v indica la velocità media nel condotto. Si trova che il moto è laminare se $N_R < 1000$. Determinare se in una aorta il moto è laminare o turbolento. (r = 8.469 mm, v = 0.2785 m/s, η(sangue) = 0.004 N·s/m², ρ(sangue) = 1050 kg/m³).

4)La densità relativa del ghiaccio è 0.913. Quanta energia occorre (in J) per trasformare a pressione atmosferica 4.657 litri di ghiaccio a 0 °C in acqua liquida a 0 °C? Il calore latente di fusione del ghiaccio è 79.8 cal/g.

5)Un sommergibile è in immersione a 87.55 m di profondità. Qual è la pressione (in pascal) che si esercita sulle pareti del sommergibile?

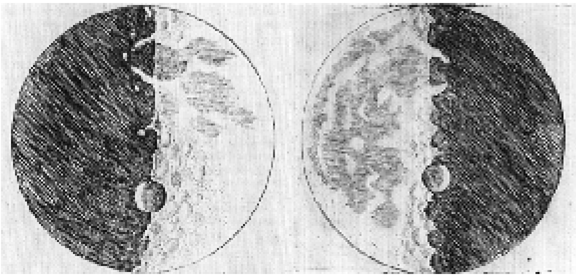
6)Un cubo di legno di lato l = 0.8831E+01 cm emerge per una parte f_p = 0.5633E+02% del suo volume in acqua di mare. Trovare la densità del legno. La densità relativa dell'acqua di mare è 1.03.

com’è fatto l’universo?
quanto è grande?
com’è fatta la materia che ci circonda?
che cosa la tiene insieme?
che cosa c’è dentro?

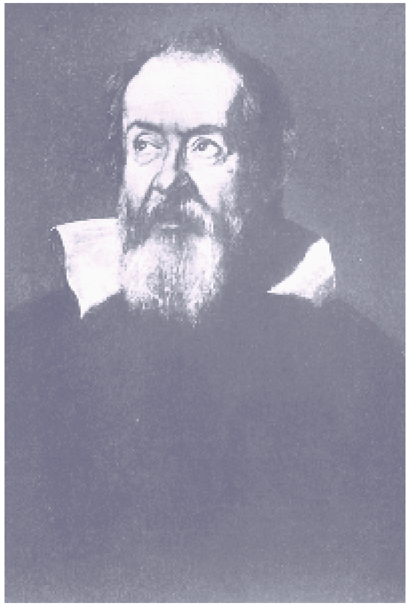
2009 = IYA

1609-2009

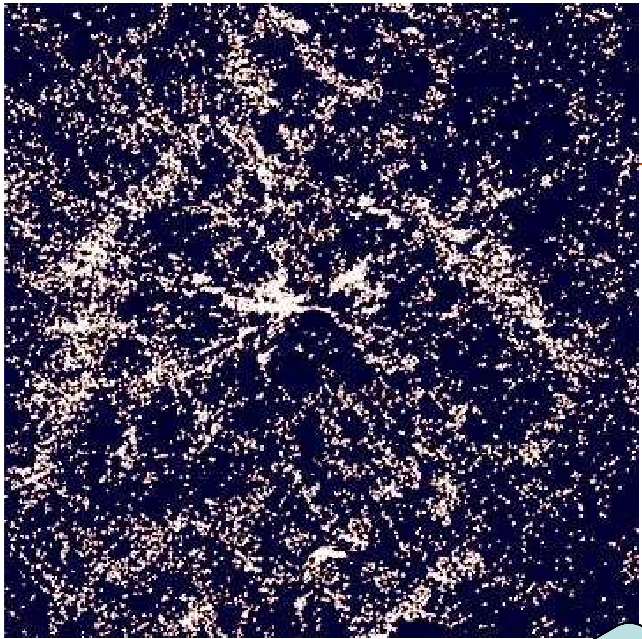
- una rivoluzione – si perdono corpi celesti perfetti e centralità della terra (Harriot, Galileo, Keplero)
  - l'imperfezione della superficie lunare
  - i satelliti che ruotano intorno a Giove (7 gennaio 1610)
  - anelli di Saturno, fasi di Venere, macchie solari

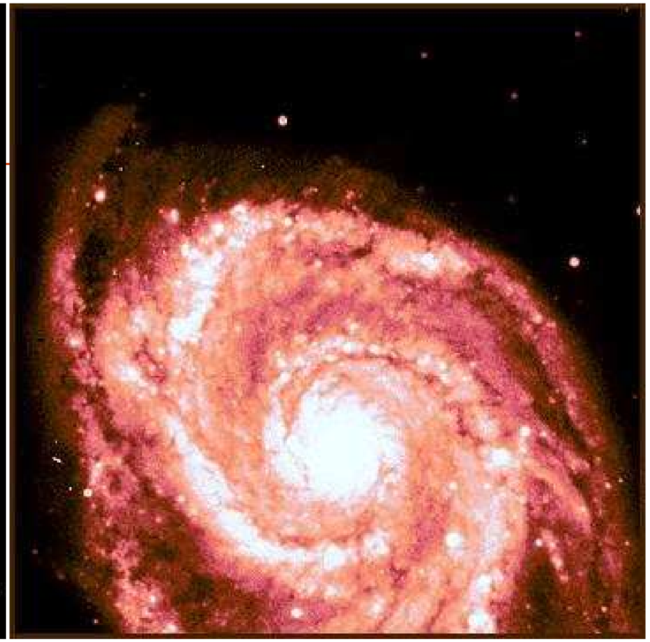


La luna disegnata da Galileo



fino a ~1609 osservazione a occhio nudo, ~1 mm → 1 km, poi telescopio e microscopio: il mondo appare molto diverso





10^{26} m

10^{23} m

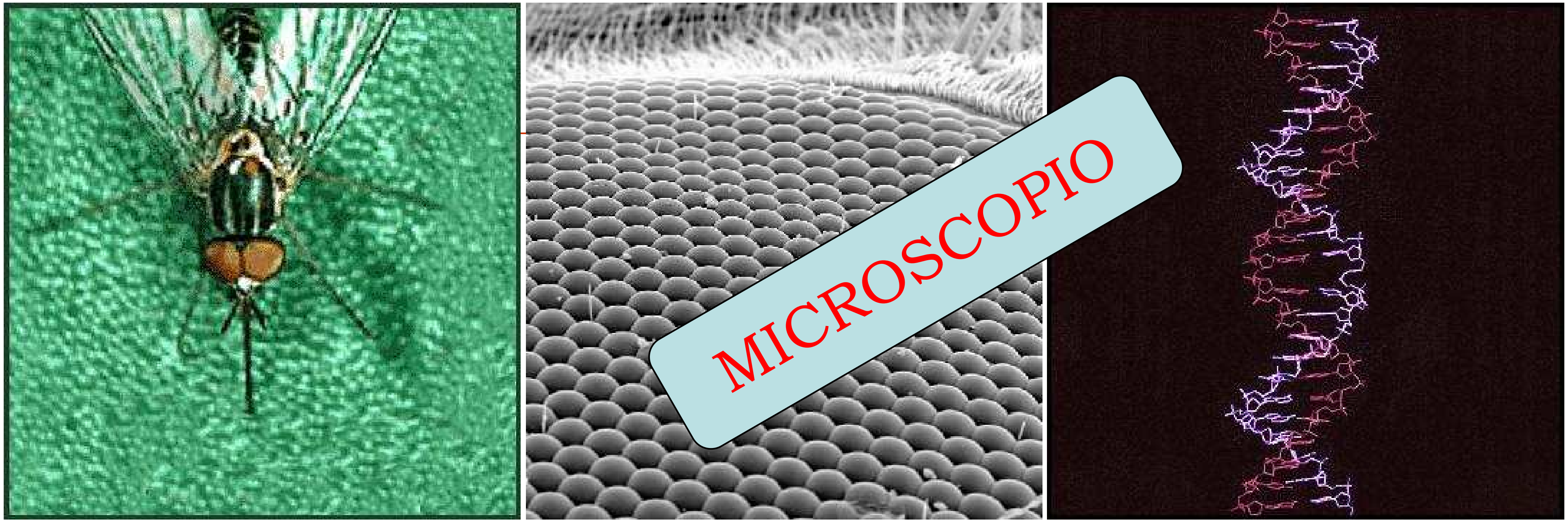
10^{21} m

TELESCOPIO

10^{12} m

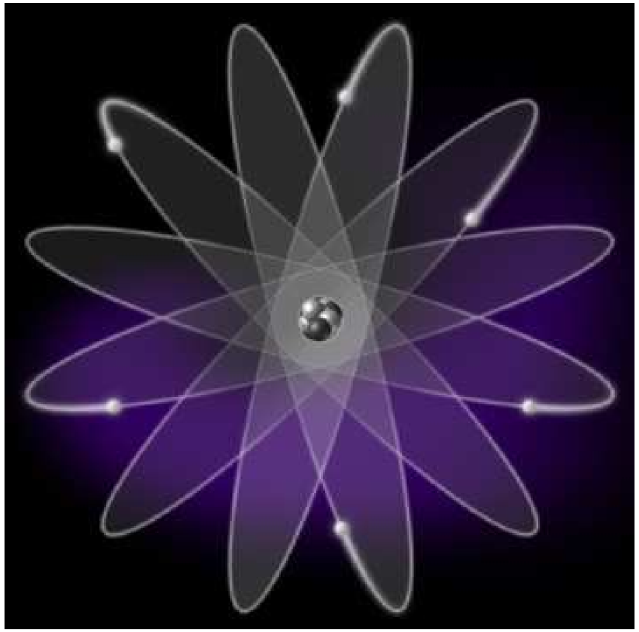
10^{6} m

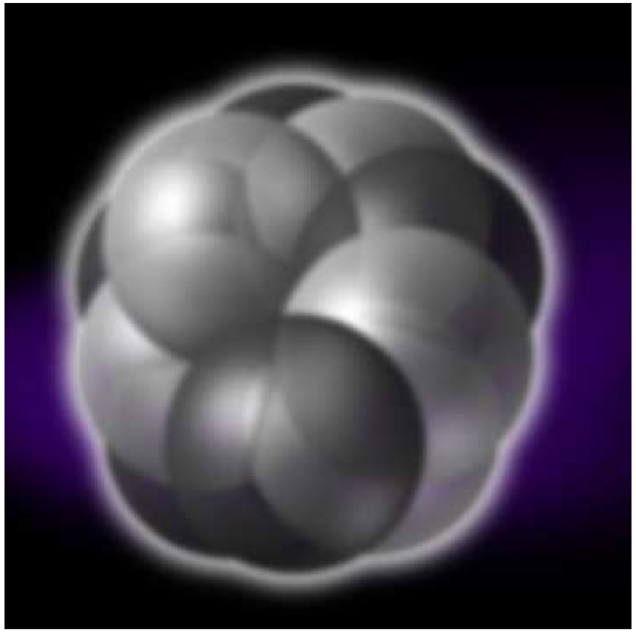
10^{0} m

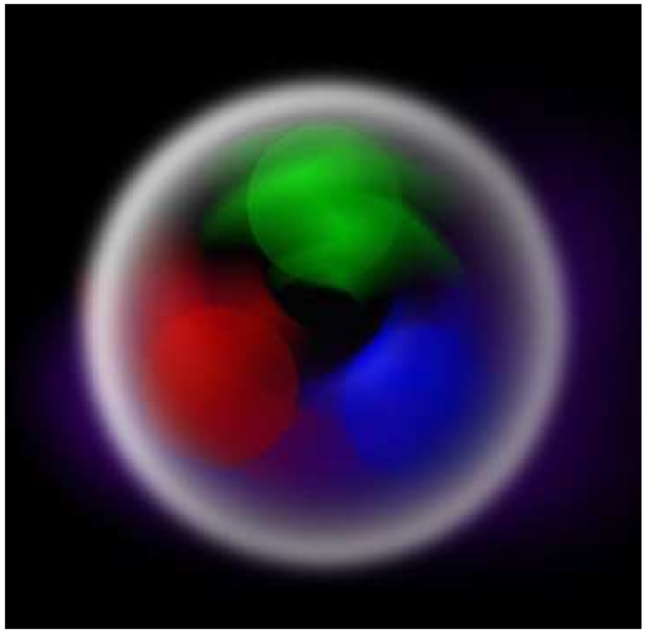


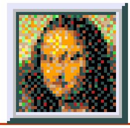
10^{-2} m　　10^{-4} m　　10^{-9} m

10^{-10} m　　10^{-14} m　　10^{-15} m





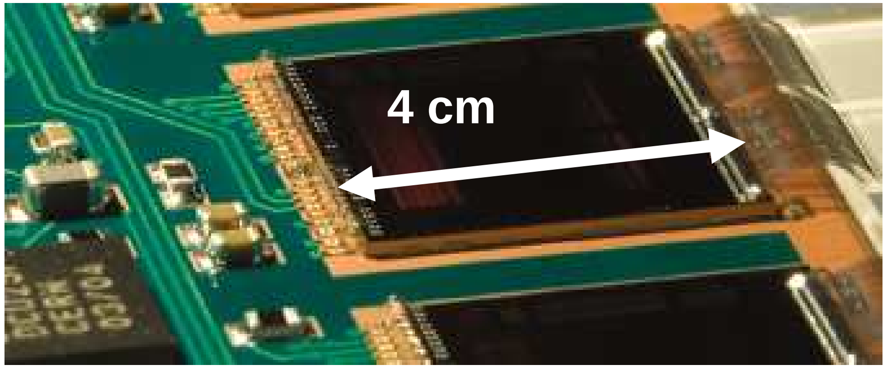




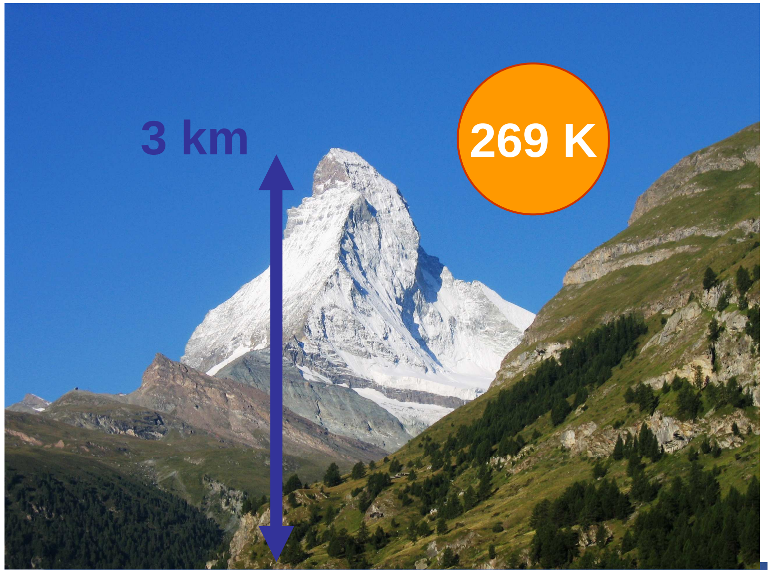
Introduzione

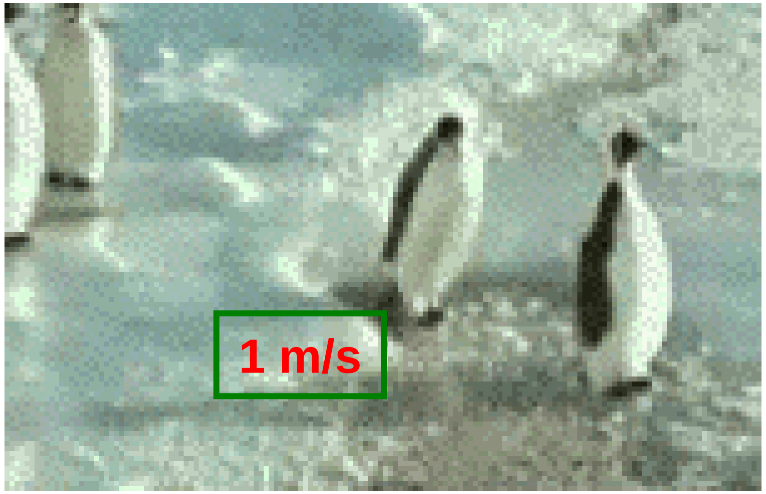
- 1) Quanto è alta la torre Eiffel? 2) Qual'è l'età dell'universo? 3) E' più bello un quadro astratto o uno figurativo? 4) E' più veloce la luce nel diamante o il suono nel ferro? 5) Profuma più una violetta o una rosa? 6) E' più caldo in cima al Cervino o accanto alle piramidi di Gizah? 7) E' più musicale un *la* (440.0 Hz) o un *do* (261.6 Hz)? - Sono tutte domande che ci possiamo porre riguardo a quello che ci circonda.
- La fisica può dare risposta ad alcune domande: quelle suscettibili di una risposta quantitativa (1, 2, 4, 6) attraverso un procedimento di misura/confronto dopo aver stabilito una opportuna unità di misura
  – E' difficile stabilire l'unità di misura di bellezza, di profumo o di musicalità (anche se è possibile stabilire relative scale).
- Parafrasando WS: c'è più fisica nell'ala di una farfalla dalle ali blu di quanto qualcuno possa immaginare (riflessione, cambiamento di fase, interferenza).

Il mondo che ci circonda (I)



Microelettronica



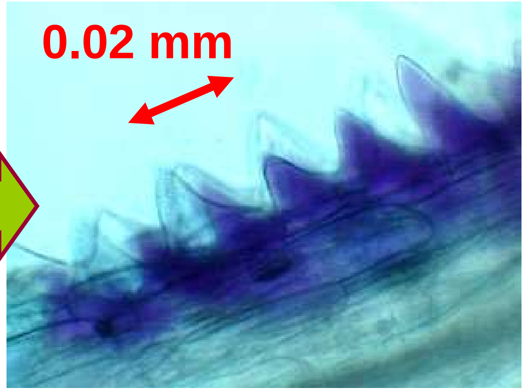


Pinguini

Il mondo che ci circonda (II)

Morpho: un es. di *interferenza* (le ali non contengono un pigmento blu!)

Un altro es. di *interferenza*: lamina di acqua saponata



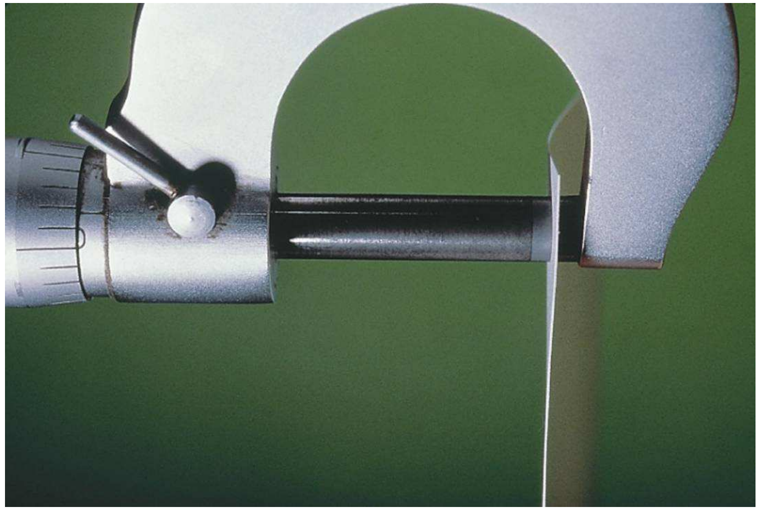
Quello che la fisica è

- Fisica (dal greco φυσικός (*phusikos*) = *naturale*, φύσις = *natura*), si basa su due assiomi:
  - le leggi della natura sono valide ovunque (in qualsiasi tempo e luogo)
  - l'osservazione porta ad una decisione sulla validità di modelli per una descrizione di eventi naturali
- Sperimentazione sulla natura a tutti i livelli, dai complessi ai più elementari, effettuata partendo dalla nozione di misura (quantitativa, riproducibile) e dalla definizione operativa di grandezza fisica attraverso il processo di misura

  $\Rightarrow$ misura quantitativa, quindi suscettibile di correlazione numerica con altre misure (entro gli errori statistici di misura)

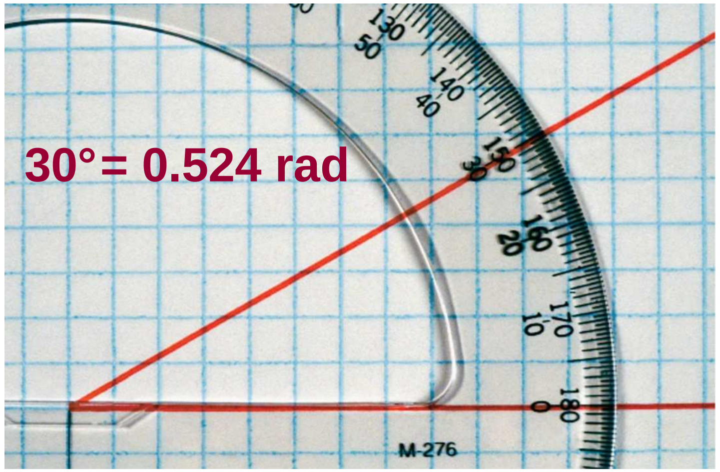
  $\Rightarrow$ misura riproducibile, cioè indipendente dal soggetto che sperimenta e dall'apparato utilizzato (tenuto conto degli errori sistematici e della sensibilità dell'apparato)

Definizione operativa di una grandezza fisica, processi di misura diretta (confronto) e indiretta

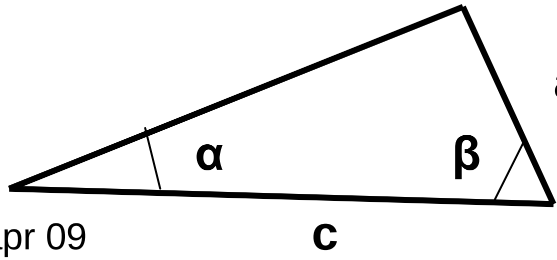


→ ←

0.07 mm



Misura indiretta: altezza delle montagne mediante triangolazione, misura di temperatura attraverso una misura di resistenza etc.



$$a = \frac{c \sin\alpha}{\sin(180° - \alpha - \beta)}$$

Misura/definizione operativa di grandezza (2)

- Il processo di misura è centrale, fondamentale; per parlare di grandezza fisica occorre dire come si misura:

  ⇒ scelta dell'unità di misura (arbitraria, comoda)

  ⇒ procedimento di confronto con l'unità di misura

  $\boxed{G = g\,U_g}$; $G' = g'\,U_g$ etc. ossia $G/U_g = g$ etc.

  es.: $l = 8.8$ cm ; $s = 0.07$ mm ; $\gamma = 30°$

  G - grandezza, g - numero puro che esprime il rapporto con l'unità di misura U_g

  ⇒ misurando G con unità di misura diverse si ha

  $\boxed{G = g\,U_g = g'\,U_g'}$ → $g' = g\,U_g/\,U_g'$

  quindi se l'unità di misura è più piccola G è espresso da un numero più grande $l = 8.8$ cm $= 88$ mm

Dimensioni delle grandezze fisiche

- una lunghezza, uno spessore, una distanza, uno spazio percorso Δx sono tutte grandezze fisiche omogenee con una lunghezza, cioè hanno tutti la stessa dimensione che si indica con [L] – si prescinde dal valore numerico
- allo stesso modo una qualsiasi superficie (cerchio, quadrato etc.) è omogenea con il quadrato di una lunghezza e si indica con $[L^2]$ – sia 15 km^2 che 0.7 μm^2 etc
- il tempo misurato a partire da un istante iniziale ed un intervallo di tempo Δt sono omogenei con un tempo: [T]
- in generale in meccanica: $\boxed{[G] = [L^{\alpha}M^{\beta}T^{\gamma}]}$ con α,β,γ +vi,-vi,0
- tutte le relazioni in fisica devono essere dimensionalmente corrette; qualsiasi sia la combinazione di grandezze che compare nella relazione, le dimensioni a dx dell'= devono essere le stesse di quelle a sx dell'= : $[v] = [s/t] = [LT^{-1}]$ etc.

Prefissi e notazioni

- I risultati delle misure possono essere espressi da numeri molto più grandi o più piccoli di 1 - dipende dall'unità di misura scelta - si usano quindi i prefissi, comunemente:

  atto (a) 10^{-18}; femto (f) 10^{-15}, pico (p) 10^{-12}; nano (n) 10^{-9}; micro(μ) 10^{-6}; milli (m) 10^{-3}; centi (c) 10^{-2}; deci (d) 10^{-1}; deca (da o D) 10^{1}; etto (h) 10^{2}; chilo (k) 10^{3}; mega (M) 10^{6}; giga (G) 10^{9}; tera (T) 10^{12}; peta (P) 10^{15}; exa (E) 10^{18}

- Le grandezze sono espresse mediante lettere (ad es. iniziale in italiano o in inglese) ma l'alfabeto latino esteso spesso non è sufficiente ad evitare confusione di notazioni, così si usano anche lettere greche, comunemente:

  minuscole: α,β,γ,δ,ε,η,θ,λ,μ,ν,π,ρ,σ,τ,φ,χ,ψ,ω

  maiuscole: Γ,Δ,Π,Σ,Φ,Ω

- Le unità di misura si indicano con la maiuscola se corrispondono ad un nome proprio - 1 A = 1 ampère

Leggi, modelli, teorie

- misure contemporanee di diverse grandezze permettono di ottenere, entro gli errori di misura, relazioni fra le grandezze misurate (ad es. temperatura esterna ed ora del giorno, tempo e distanza di caduta per un corpo in un fluido)

  ⇒ leggi esprimibili in linguaggio matematico

  ad es. funzioni elementari, eq. fra grandezze finite, eq. differenziali etc.

  in generale informazione/correlazione sotto forma di tabella, grafico, n-tupla, database ↔ calcolatrice, PC etc.

  ⇒ (diverse) leggi → modello/teoria da confrontare con ulteriori misure (verifica o falsificazione sperimentale, metodo sperimentale galileiano)

Errori di misura (1)

- Supponiamo di fare una misura (serie di N misure), ad es. del tempo di caduta t di sferette uguali in un liquido con cronometro al 100esimo di secondo: non si otterranno in genere valori identici.
- In genere, x, se le fluttuazioni (casuali) sono maggiori della sensibilità dello strumento ho

  $x_i = x_{vero} + \varepsilon_i \quad i = 1,2 \ldots N$

  e $\langle\varepsilon_i\rangle \rightarrow 0$ per $N \rightarrow$ grande

  (*valor medio* = < > o linea sopra o sottolineatura ; NB gli scarti, $\varepsilon_i = x_i - x_{vero}$, casuali sono +vi e -vi)

t (s)	scarto (s) $t - \langle t \rangle$	scarto^2 (s^2) $(t - \langle t \rangle)^2$
10.78	0.16	0.0256
10.58	-0.04	0.0016
10.62	0.00	0.0000
10.50	-0.12	0.0144

- Se le misure sono ugualmente attendibili, la migliore stima di x_{vero} sarà la media aritmetica

  $$\boxed{\underline{x} = (\Sigma_{i=1,N}\, x_i)/N}$$

  con un errore r.m.s. sulla misura

  $$\boxed{\sigma = \sqrt{[\Sigma_{i=1,N}(x_i - \underline{x})^2]/(N-1)}}$$

  e $\Delta x = \sigma/\sqrt{N}$ sulla media

Errori di misura (2)

- Nell'es.

  $\underline{t} = (\Sigma_{i=1,N}\, t_i)/N = (\Sigma_{i=1,4}\, t_i)/4 = (t_1+t_2+t_3+t_4)/4 = \quad 10.62 \quad s$

  $\sigma = \sqrt{[\Sigma_{i=1,N}(t_i-\underline{t})^2]/(N-1)} = \sqrt{[\Sigma_{i=1,4}(t_i-\underline{t})^2]/3} = \quad 0.12 \;\; s$

  $\Delta t = \sigma/\sqrt{N} = \sigma/\sqrt{4} = 0.06 \;\; s$

- Sinteticamente, valor medio ed errore q.m. sulla media

  $t_{caduta} = \underline{t} \pm \Delta t = \;(10.62 \pm 0.06) \;\; s$

  (r.m.s. = root mean square ≈ q.m. = quadratico medio)

- N.B. l'errore è dato con una sola *cifra significativa;* l'*errore assoluto* Δt è una grandezza dimensionata con unità di misura s, che fissa il n. di cifre del risultato; l'*errore relativo*

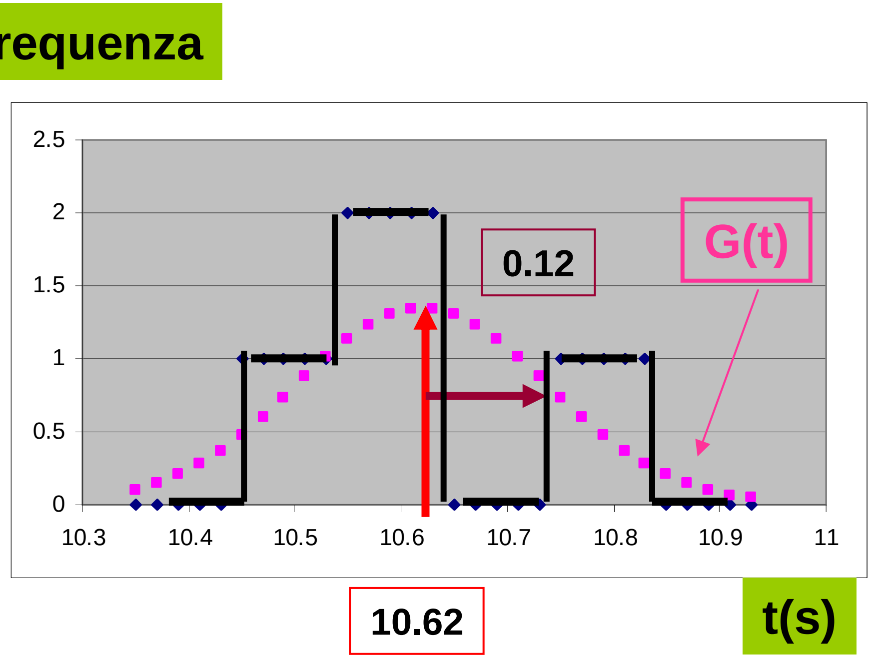
  $\delta = \Delta t/\underline{t} = \; 0.006 = 0.6/100 = 0.6\%$

  è invece un numero puro (ci indica la precisione della misura: più piccolo = misura più precisa)

Errori di misura (3)(*)

- La distribuzione delle misure (per N → grande) può essere approssimata dalla gaussiana

$$G(t) = \frac{h}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-\bar{t})^2}{2\sigma^2}\right]$$



Interpretazione probabilistica: nell'intervallo $\underline{t}$-(2)σ e $\underline{t}$+(2)σ è compreso il 68.3% (95.5%) dell'area della gaussiana → la probabilità di trovare un valore di una successiva misura nell'intervallo è 68.3% (95.5%) etc.

- Per la media l'intervallo è $\underline{t}$-(2)Δt e $\underline{t}$+(2)Δt con lo stesso significato

t±Δt	P = 68.3%
t±2Δt	P = 95.5%
t±3Δt	P = 99.7%

(*) facoltativo

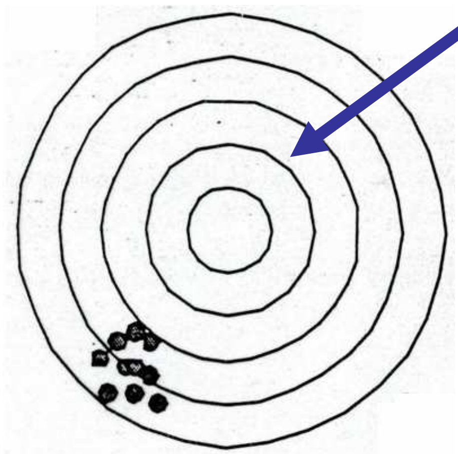
Errori di misura (4)

- Oltre agli errori casuali o statistici vi sono gli errori sistematici, ad es. errori di calibrazione, errori di parallasse etc. – in questo caso si può parlare di accuratezza, si può fare un tiro al bersaglio ben raggruppato ma non al centro del bersaglio: serie precisa ma non accurata etc. le cose non migliorano aumentando il numero di tentativi
- Se gli errori casuali sono piccoli rispetto alla sensibilità dello strumento di misura, la lettura sarà sempre la stessa, anche in questo caso non serve aumentare il numero di misure, l'errore è dato dalla sensibilità dello strumento (per es. metà della cifra meno significativa leggibile)

Precisione e accuratezza

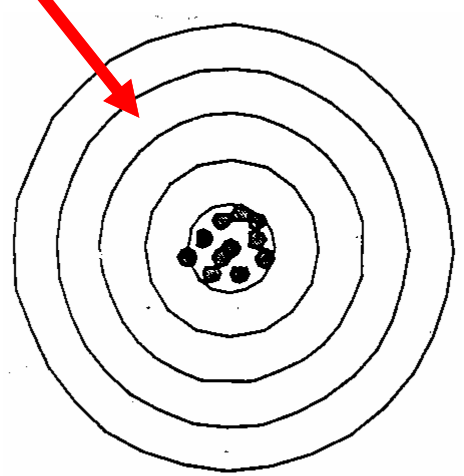
Es.: tiro al bersaglio

mira: precisa, non accurata
errore casuale piccolo
"   sistematico grande

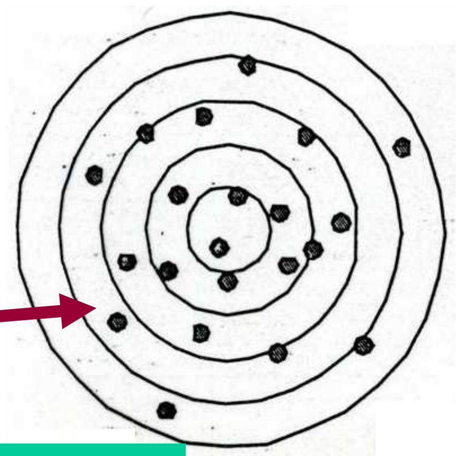


l'err. sistem. può essere corretto

mira: precisa, accurata
errore casuale piccolo
"   sistematico piccolo



mira: non precisa, accurata
errore casuale grande
"   sistematico piccolo



basta insistere (~1/√n)

IV possibilità ?

Notazione scientifica e cifre significative

- In seguito alla scelta dell'unità di misura potremo avere grandezze con valori molto più grandi (piccoli) di 1 ad es. sono scomode da scrivere

  $\lambda_D = 0.000000589$ m (riga del Na, giallo)

  $d_{TS} = 149600000000$ m (<d> terra-sole)

- Si usa la notazione scientifica separando le cifre significative dalla potenza di 10 (ordine di grandezza), si scrive la cifra più significativa ≠ 0 (quella che corrisponde alla potenza di 10 più elevata) prima del **.** (punto) e le altre cifre significative dopo

  $\lambda_D = 5.89 \times 10^{-7}$ m (3 cifre significative)

  $d_{TS} = 1.4960 \times 10^{11}$ m (5 cifre significative)

NB lo 0 indicato a dx è significativo

Notazione scientifica e cifre significative (2)

- contare gli zeri è perverso (specie quando sono molti) e produce errori di ordini di grandezza (specie quando sono molti), molto più gravi degli errori sulla 3a cifra significativa – assumendo uno stipendio mensile di 4 cifre, è preferibile subire una riduzione di 10 E o di un fattore 10?
- usate la notazione scientifica quando serve – è inutile scrivere $2.36 \cdot 10^0$ visto che $n^0 = 1 \ \forall n$
- ricordate che però somme/sottrazioni si fanno in colonna $3.45 + 8.32 \cdot 10^{-1} = 34.5 \cdot 10^{-1} + 8.32 \cdot 10^{-1} = 42.82 \cdot 10^{-1} = 4.282$

Cifre significative (3)

- Ad es. il valore del numero di Avogadro è misurato con grande precisione

  $N_A = (6.0221415 \pm 0.00000010) \times 10^{23}$ moli^{-1}

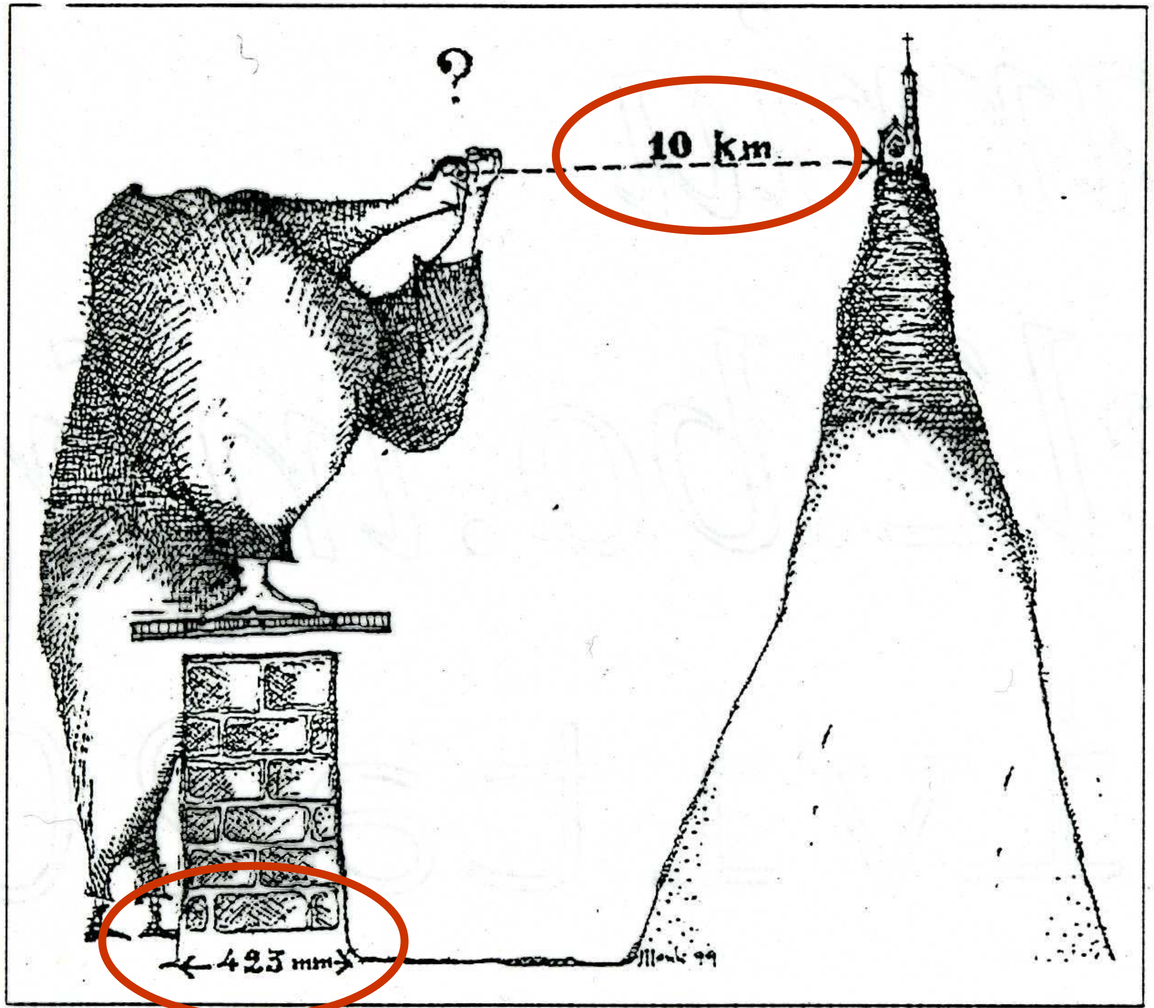
  cioè è noto/misurato con 7 cifre significative (con un errore relativo di 0.17 parti per milione o ppm) quindi scriverlo con 10 o più cifre non ha senso fisico – posso sempre però arrotondarlo per es. a sole 4 cifre, scelgo le prime 4 a sx: $6\mathbf{.}022 \times 10^{23}$ etc. – una scrittura equivalente è 0.6022×10^{24}

- Negli esercizi di fisica normalmente i dati sono forniti con 3 o 4 cifre significative, quindi non è sensato dedurne risultati con un numero di cifre maggiore – NB inoltre, in generale, combinando vari numeri noti con una certa precisione, il risultato ha una precisione peggiore
- => nella soluzione degli esercizi si chiedono i risultati (se numeri reali) con 3 cifre significative

Cifre significative (4)

NB se si sommano grandezze di precisione diversa, la meno precisa domina l'errore (e tutte le cifre della grandezza più precisa risultano illusorie/inutili)

(10±1)km+(423±1) mm = (10±1) km



.. (10 ± 1) km + (423 ± 1) mm = (10.000423 ± 1) km:

... le cifre successive a quella su cui cade l'errore non hanno alcun significato!

Appendice sull’uso della calcolatrice (*)

Supponiamo di fare una divisione con la calcolatrice tascabile:

$$\frac{1.03}{1.01} = 1.019801980....?$$

(con la calcolatrice del PC ottenete ancora più cifre, ad es. 29). Sarebbe sensato partendo da numeri conosciuti con 3 cifre fabbricarne uno di 10 (o più) cifre? In realtà dei due numeri non conosciamo la 4a cifra, possiamo solo dare un intervallo

$$\frac{1.025 \div 1.035}{1.005 \div 1.015} = 1.0098.... \div 1.0298.... = 1.01 \div 1.03$$

quindi il risultato deve essere arrotondato al massimo a 3 cifre, 1.02 coerentemente con la precisione iniziale, 1/1.03 ~ 10^{-2} – la calcolatrice non può essere una fabbrica di cifre: una operazione aritmetica non aumenta in genere la precisione

(*) facoltativo

Grandezze fondamentali e derivate

- Una volta definite operativamente alcune grandezze relative ai fenomeni di interesse, le altre grandezze possono essere definite in funzione delle prime – ad es. $v = s/t$
- Si distingue quindi fra grandezze fondamentali (nel minor numero possibile/conveniente) e grandezze derivate
- Le definizioni fanno sì che la scelta di quali siano le grandezze fondamentali è arbitraria
- In meccanica bastano 3 grandezze fondamentali (ad es. lunghezza, tempo, massa)

L, T, M

- lunghezza – non località, non coincidenza: distanza fra due punti; si misura ad es. con una riga graduata etc.; unità: metro (m), cm, ...
- tempo – non simultaneità: si misura ad es. con un fenomeno periodico, orologio etc.; unità: secondo (s), minuto, ore (h), ...
- massa – quantità di materia di un corpo, inerzia del corpo rispetto alle cause del moto; si misura ad es. con una bilancia etc.; unità: grammo (g), chilogrammo (kg), tonnellata (t), ...

Unità di misura delle grandezze fondamentali (*)

- metro, unità di misura delle distanze – a partire dal 1983, 1 m = distanza percorsa dalle luce nel vuoto in 1/299792458 s
- secondo, unità di misura dei tempi – 1 s = tempo necessario per 9.192631770 x 10^9 vibrazioni di una particolare riga dell'atomo del ^{133}Cs [1 giorno solare medio = 86400 s]
- chilogrammo, unità di misura della massa – 1 kg = 5.0188 x 10^{25} atomi di ^{12}C [1 mole = 12 g ^{12}C, contiene N_{Av} atomi]

(*) facoltativo

Sistemi di unità di misura

- Scelte le grandezze fondamentali si devono scegliere le loro unità di misura: quelle delle grandezze derivate sono determinate in conseguenza → sistemi di unità di misura
- In meccanica si usa MKS (m, kg, s), ma si usa anche CGS (cm, g, s) e sistema degli ingegneri
- Nella CE dal 1978 è in vigore il Sistema Internazionale (SI) ossia 7 grandezze e relative unità (m, kg, s, A, K, cd, mole)
- a queste unità vanno aggiunti i radianti (rad) per gli angoli piani e gli steradianti (srad) per quelli solidi
- esistono poi <u>numerose grandezze usate comunemente</u> che <u>non</u> fanno parte di alcun sistema precedente (senza poi andare negli US)

Sistemi di unità di misura (2)

- Riassumendo:

  Grandezze fondamentali => Scelta delle unità di misura fondamentali => Sistemi di unità di misura

- Ad es. per la meccanica

MKS	spazio:	m	$= 10^2$ cm
	tempo:	s	
	massa:	kg	$= 10^3$ g
CGS	spazio	cm	$= 10^{-2}$ m
	tempo	s	
	massa	g	$= 10^{-3}$ kg

l = 5.1 m = 510 cm

$s^{-1} = 2\ m^{-1} = 0.02\ cm^{-1}$
etc.

conversione di unità :
si moltiplica per
1 = 100 cm/1 m
(numeratore)
per convertire m → cm
1 = 1 m/100 cm
per $m^{-1} \rightarrow cm^{-1}$
(denominatore, 1/m)

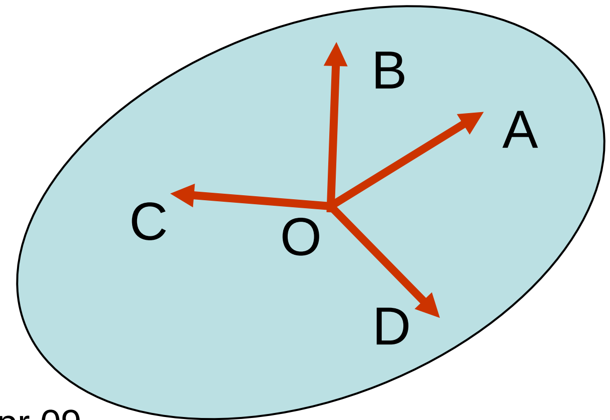
Grandezze scalari e vettoriali

- grandezze quali temperatura, volume, massa, pressione etc. sono **scalari**: completamente specificati da un numero ±vo – per esse valgono le regole dell'aritmetica ordinaria, ±: solo se hanno le stesse dimensioni, x e /: liberamente
- grandezze quali forza, quantità di moto, spostamento etc. sono **vettoriali**: occorre specificare la direzione (e il verso) oltre al modulo o intensità – per esse valgono regole speciali
- ad es., per fornire informazioni stradali non basta la distanza (quantità scalare)

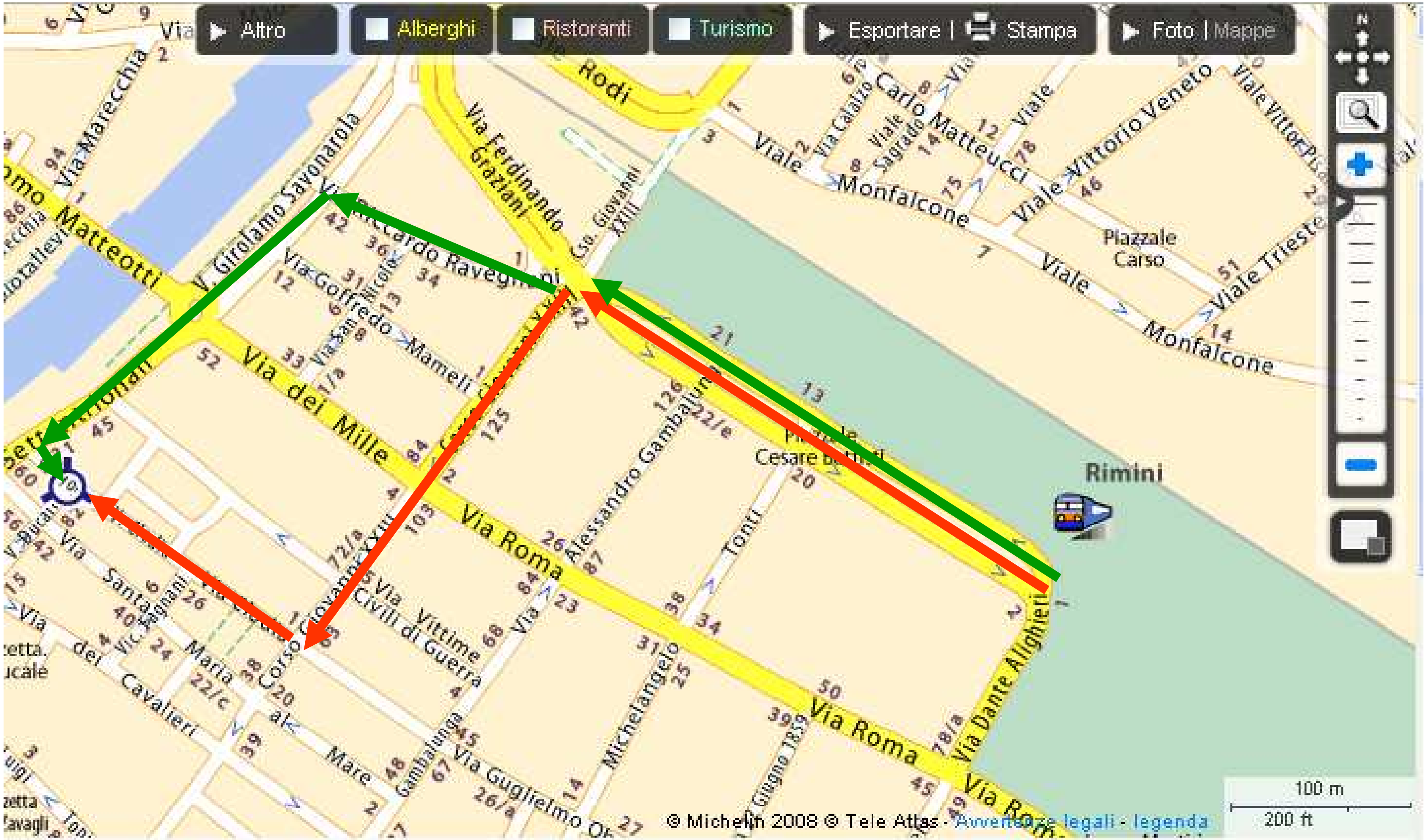
A,B,C,D sono a distanza uguale da O, ma gli spostamenti sono diversi

OA ≠ OB ≠ OC etc.

|OA| = |OB| = |OC| etc.

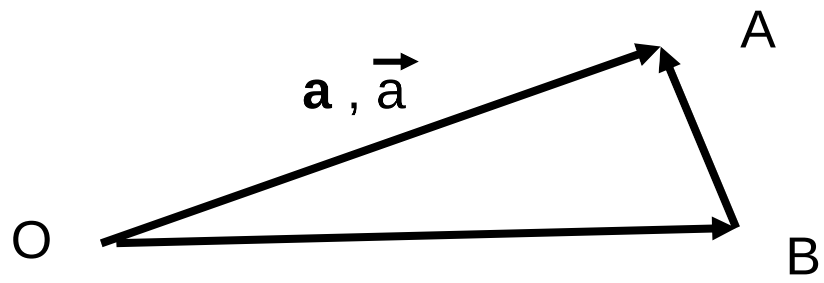


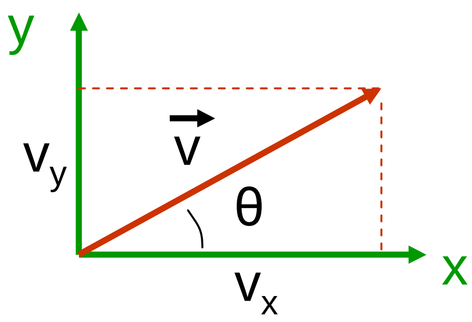
Lo spostamento: un es. pratico



Vettori (in **grassetto** o con la → sopra)

- vettori nel piano: 2 componenti (2 numeri, ±vi)
- vettori nello spazio: 3 componenti (3 numeri, ±vi)
- v. in una dimensione: 1 componente (1 numero, ±vo)





- vettori (in alternativa)
  - modulo (o valore assoluto): |**a**| , |$\vec{a}$| , a
  - direzione e verso: nel piano cartesiano θ

lunghezza del vettore

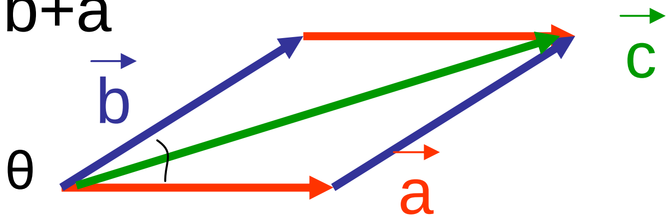
NB le componenti sono ±ve; *il modulo è sempre +vo*

Operazioni con i vettori


I. Newton

1. somma/differenza di vettori omogenei

- $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = \vec{b}+\vec{a}$



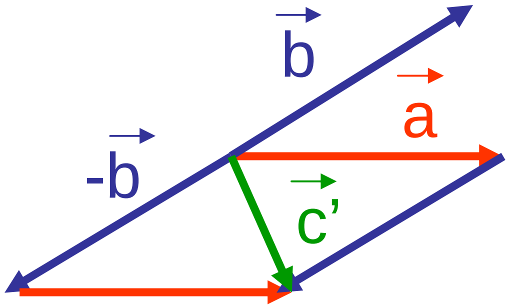
Regola del parallelogramma

- il vettore $\vec{c}$ è equivalente ad $\vec{a}$ seguito da $\vec{b}$ o viceversa (evidente nel caso di uno spostamento)
- modulo quadro del risultante (Teorema di Carnot)

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(180° - \theta) = a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta}$$

- $\vec{c}' = \vec{a} - \vec{b}$


Lazare Carnot

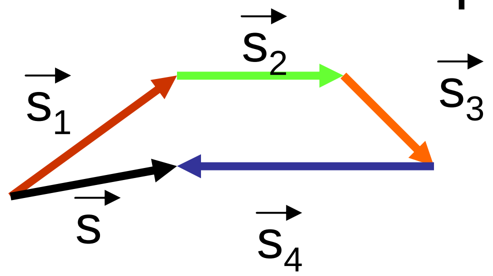


Operazioni coi vettori (2)

– in generale il risultante di più vettori chiude la poligonale

$\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2 + \vec{s}_3 + \vec{s}_4$

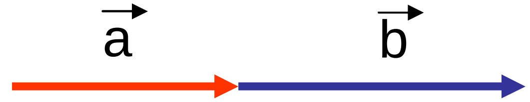
etc.



– casi particolari

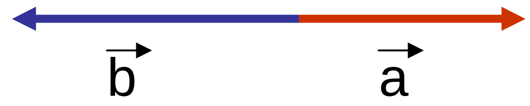
- vettori collineari paralleli

  $c = a + b$; $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab$



- vettori collineari antiparalleli

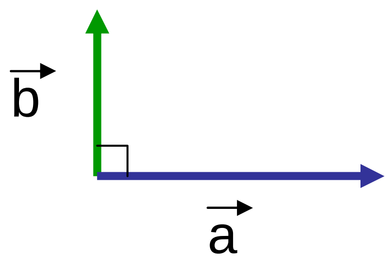
  $c = |a – b|$; $c^2 = a^2 + b^2 – 2ab$



- vettori ortogonali

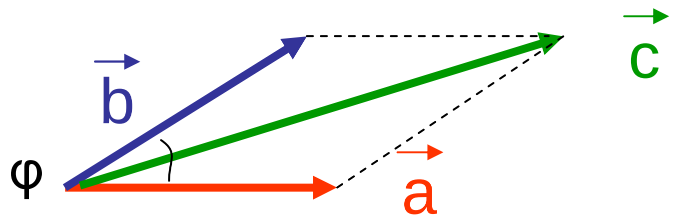
  $c^2 = a^2 + b^2$; $c = \sqrt{(a^2 + b^2)}$

  (Teorema di Pitagora)



Operazioni coi vettori (3)

- decomposizione di vettori
  - $\vec{a}$ e $\vec{b}$ sono le componenti di $\vec{c}$ secondo le relative direzioni



  - componenti cartesiane

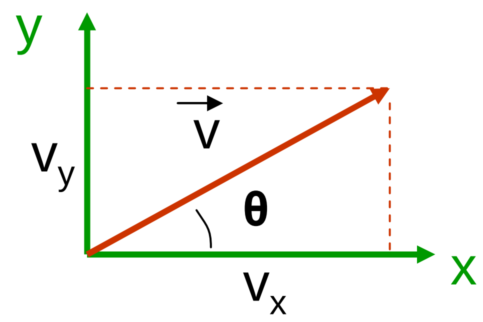
    $v_x = v \cos\theta$

    $v_y = v \sin\theta$

  - componenti polari

    $v = \sqrt{(v_x^2 + v_y^2)}$

    $tg\theta = v_y/v_x$



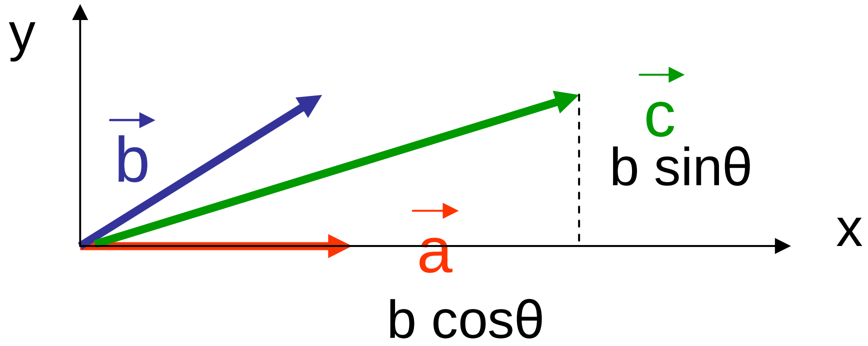
Operazioni coi vettori (4) (*)

– es.: somma in componenti di $\vec{a}$ e $\vec{b}$, scelgo $\vec{a}$ secondo x per semplicità

$a_x = a;\ a_y = 0$

$b_x = b\cos\theta\ ;$

$b_y = b\sin\theta$



$$\Rightarrow c_x = a_x + b_x = a + b\cos\theta$$

$$c_y = a_y + b_y = b\sin\theta$$

$$\Rightarrow c^2 = c_x^2 + c_y^2 = a^2 + \underline{b^2\cos^2\theta} + 2ab\cos\theta + \underline{b^2\sin^2\theta}$$

$$= a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta$$

(come già trovato, NB $\forall\theta$, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$)

(*) facoltativo

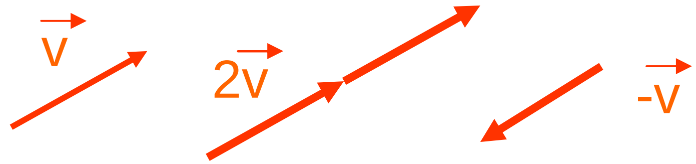
Operazioni coi vettori (5)

- prodotto di un vettore per uno scalare

  $\vec{p} = m\vec{v}$; $\quad p = |m\vec{v}| = |m||\vec{v}| = |m|v$

  stessa direzione, il verso dipende dal fatto che lo scalare sia +vo o –vo

  es.

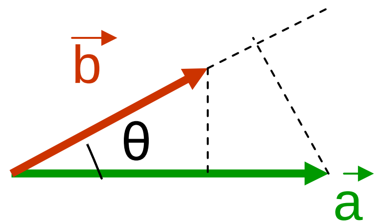


- prodotti fra vettori
  - **prodotto scalare** o interno

    $\boxed{c = \vec{a}\cdot\vec{b} = ab\cos\theta} = \vec{b}\cdot\vec{a}$

    $= (a\cos\theta)b = a_b b = a(b\cos\theta) = ab_a$

    componente di a nella direzione b moltiplicata per b e viceversa



nullo per
$\theta = 90^o, 270^o$

Operazioni coi vettori (6)

- **prodotto vettoriale** o esterno

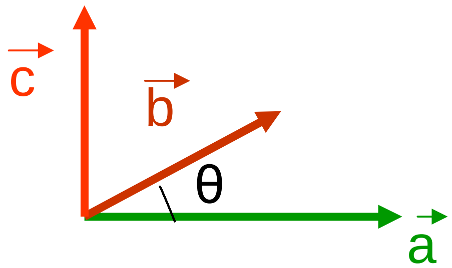
  $\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b} = - \vec{b} \wedge \vec{a}$

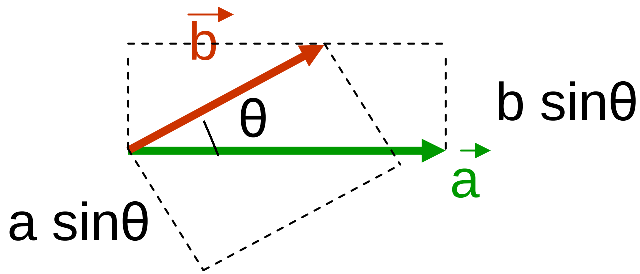
  $\boxed{c = |\vec{a} \wedge \vec{b}| = ab \sin\theta}$

  misura l'area del parallelogramma di lati a,b

  $c = (a \sin\theta)b = a(b \sin\theta)$

nullo per
$\theta = 0º, 180º$





($\vec{c}$ vede $\vec{a}$ ruotare su $\vec{b}$ in senso antiorario)

Fine dell’introduzione

ἀγεωμὲρητος
μηδεὶς
εἰσίτω

Non entri chi è
digiuno di geometria