

# Elettromagnetismo



Corso di Fisica per Farmacia Rn  
AA 2013/14





# Elettrostatica



# Carica elettrica, preliminari

---

- la materia è costituita da atomi ( $\emptyset \sim 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ )
- atomo: nucleo ( $\emptyset \sim 10^{-15} \text{ m}$ ), composto di p(rotoni) e n(eutroni), attorno a cui ruotano gli el(ettroni), in numero uguale ai p
- forza all'interno degli a.: attrattiva, gli el. che girano intorno al nucleo sono trattenuti da una f. centripeta
- forza fra a.: si osserva sperim. che solidi e liquidi sono quasi incompressibili  $\rightarrow$  gli a. non possono essere avvicinati troppo: f. repulsiva

 non si può trattare della f. gravit., sempre attrattiva,  
 nuova f. attrattiva fra el. e p, repulsiva fra el. ed el. (o fra p e p), nulla fra p e n (o fra el. e n), dovuta a una carica elettrica posseduta da el. e p, non da n



# Carica elettrica

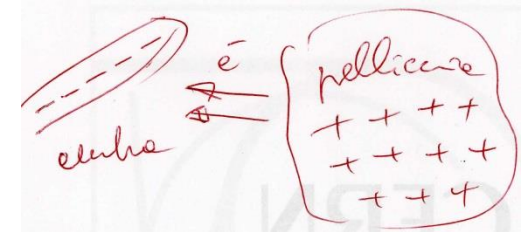
---

- f. elettrostatica: per avere sia attrazione che repulsione occorrono cariche di due segni + e –, quelle di segno opposto si attraggono, mentre quelle di segno uguale si respingono
- la materia ordinaria è neutra, contiene cioè tante cariche +ve quante –ve, e non esercita azioni elettrostatiche
- quando però ad un corpo si tolgono o si aggiungono cariche, le f. e.s. si manifestano: elettrizzazione ad es.
  - strofinando con una pelliccia o panno di lana/seta una bacchetta di ambra ( ἤλεκτρον in greco), ebanite, zolfo, vetro, plexiglas, ceramica ... si può attirare una pallina leggera sospesa ad un filo etc.
  - togliendosi una camicia sintetica ci si sente ‘elettrici’



## Carica elettrica (2)

- si osserva
  - un'azione a distanza (vicinanze!)
  - elettrizzazione diversa: per convenzione,  $-$ va quella dell'ambra,  $+$ va quella del vetro (Bj. Franklin)
- studio sperim. dell'elettrizzazione (triboelettricità):
  - **induzione e.s.**, un corpo carico attira uno scarico
  - la carica el. si può trasmettere per contatto, c'è passaggio da un corpo ad un altro: **si conserva**
  - corpi isolanti: l'elettrizzazione è localizzata
  - corpi conduttori: “ si propaga
  - in un conduttore in equilibrio, la carica si trova in superficie





# Carica elettrica e forza elettrostatica



- f. elettrostatica  $\propto$  carica (al prodotto delle cariche che interagiscono) (C. Coulomb)

“  $\propto 1/r^2$  “

- $\exists e^-$ , carica  $-e = -1.60 \cdot 10^{-19}$  C (J.J. Thomson)



- $\exists p$ , “  $+e = -(-e)$  “

- la carica è quantizzata  $\pm Ne$  (R.A. Millikan)  
con N intero (quarks a parte,  $\pm 1/3 e$ ,  $\pm 2/3 e$ )



- gli atomi sono neutri,  $+Ze$  nel nucleo,  $-Ze$  nella nuvola elettronica (E. Rutherford e N. Bohr)

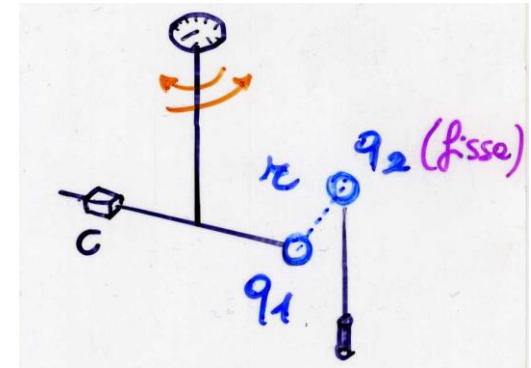
- gli  $e^-$  interni sono ben legati, quelli esterni più asportabili



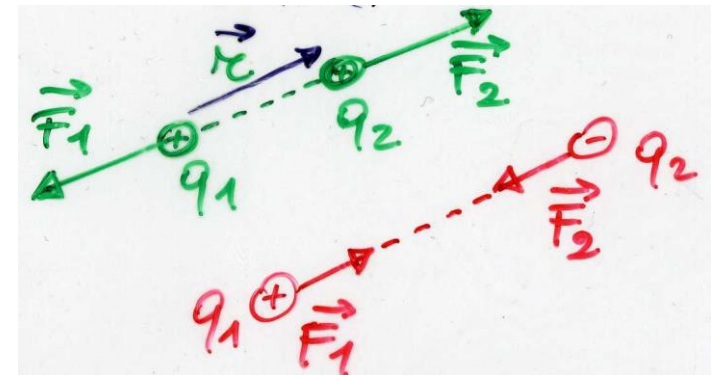


# Forza elettrostatica, legge di Coulomb

- bilancia di torsione, cariche ~puntif.  
( $r_{\text{sferette}} \ll \text{distanza}$ ): es. con sferette uguali, per contatto,  $q, q/2, q/4 \dots$   
per induzione (e messa a terra),  
 $-q, -q/2, -q/4 \dots \rightarrow$  'azione a distanza' lungo  $r$



- forza  $F = kq_1q_2/r^2$  (cfr. grav.)
  - diretta lungo  $r$
  - attrattiva fra car. di segno + -
  - repulsiva fra car. di segno ++, --
  - $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 8.99 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$  con  $q$  in coulomb (C), nel SI, caratterizza il mezzo: vuoto (~aria)





# Confronto fra forze e.s. e gravit.

- nel SI in realtà si def. operat. l'unità di corrente (vedi oltre):  
1 ampère (A) = 1 C/s → coulomb
- carica dell'el.  $-e = -1.602176565(35) 10^{-19} \text{ C}$
- f. e.s. vs f. gravitazionali, es. in modulo fra due p nel vuoto

$$- F_e = ke^2/r^2 \quad \propto \cancel{1/r^2} \quad \text{nel rapporto}$$

$$- F_g = Gm_p^2/r^2 \quad \propto \cancel{1/r^2} \quad \text{"}$$

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{ke^2}{Gm_p^2} = \frac{8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2} \times (1.60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^2 \times (1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})^2} = 1.24 \times 10^{36}$$

– rapporto enorme → gravitazione trascurabile a livello atomico e subatomico

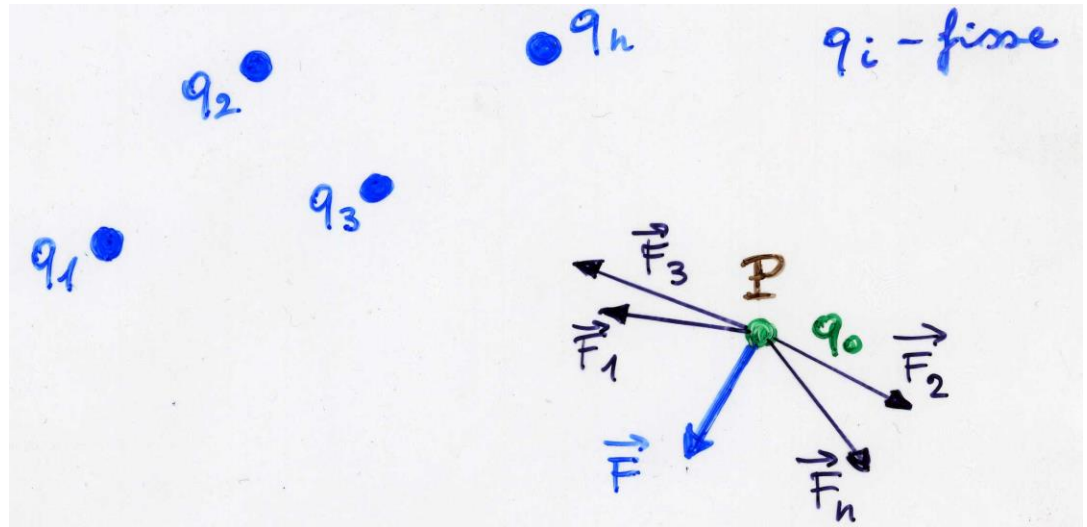
– NB  $\epsilon_0 = 1/(4\pi k) = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{Nm}^2)$  costante dielettrica del vuoto ( $\epsilon$  - materiale;  $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0 > 1$  - cost. diel. relativa, vedi oltre)





# Campo elettrico

- dato un sistema di  $n$  cariche fisse, una carica  $q_0$  sentirà una forza  $\mathbf{F} = \sum_i \mathbf{F}_i$
- distribuzione di  $q_i$   
→  $\mathbf{F}$  nel punto  $P$
- ciascuna  $F_i \propto q_0$   
→  $F \propto q_0 \rightarrow = E q_0$
- campo elettrico



$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/q_0$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(P)$$

(si ottiene muovendo  $q_0$ )

– unità SI: newton/coulomb = N/C

- se il campo elettrico è noto

$$\mathbf{F}(P) = q\mathbf{E}(P)$$

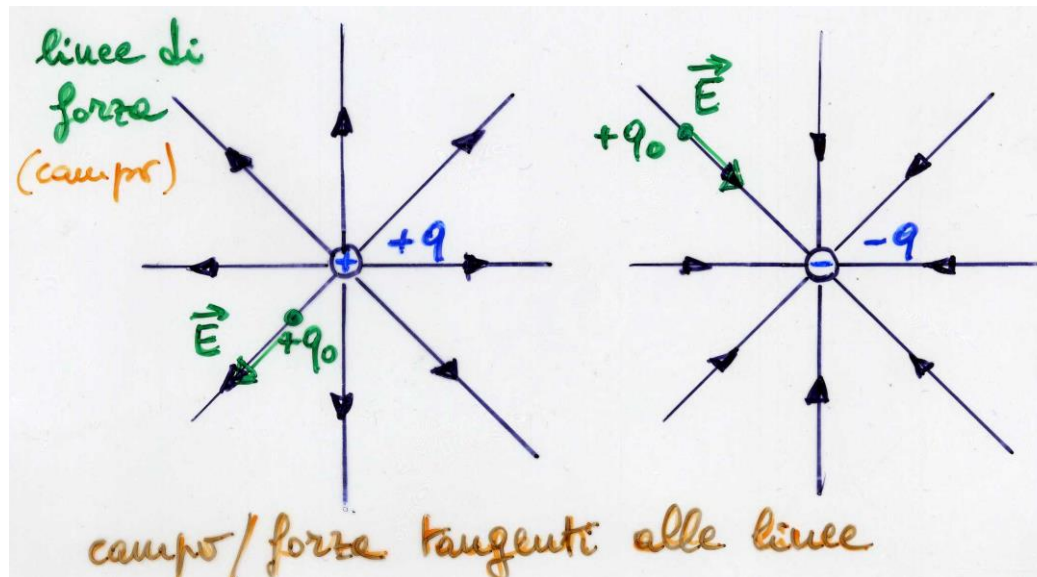
è la f. che agisce in  $P$  su  $q$



# Campo elettrico di una carica puntiforme

- $q$  nell'origine,  $q_0$  a distanza  $r$ : componente di  $\mathbf{F}$  lungo  $r$   
 $F = k q q_0 / r^2$

$$\rightarrow E = F/q_0 = (kq q_0 / r^2) / q_0 = kq / r^2 = [1/(4\pi\epsilon_0)]q / r^2$$



- campo el. rappresentato dalle linee di forza: più dense = campo più intenso



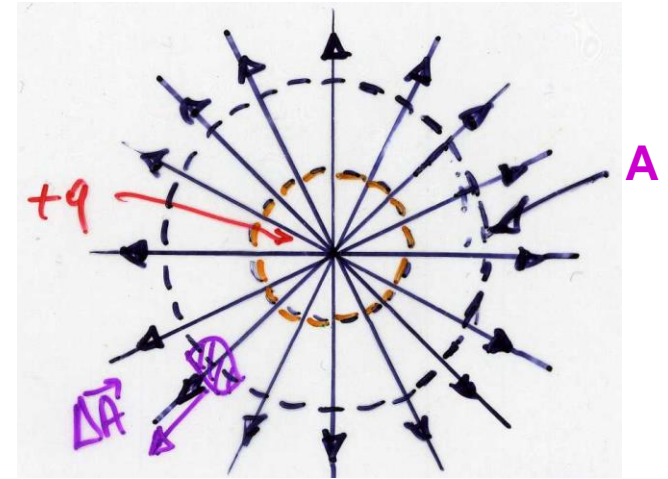
# Linee di forza (o di campo)

- es. carica puntif. circondata da una sfera di raggio  $r$  ( $A=4\pi r^2$ )
- il n. di linee di  $\mathbf{E}$  che traversa  $A$  è lo stesso  $\forall r$
- flusso di  $\mathbf{E}$

$$d\Phi = E dA \quad (\mathbf{E}, d\mathbf{A} \text{ sono paralleli})$$

$$\Phi = EA = (kq/r^2)4\pi r^2 = 4\pi kq = q/\epsilon_0 \quad \forall r$$

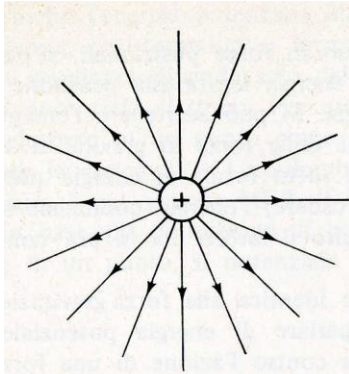
- linee di forza
  - $N \propto AE$  densità di linee  $N/A \propto E \propto q$
  - linee simmetriche, carica puntif.
  - originano da  $+q$ , finiscono in  $-q$ : non si intersecano mai, esclusi i poli (le cariche o sorgenti)



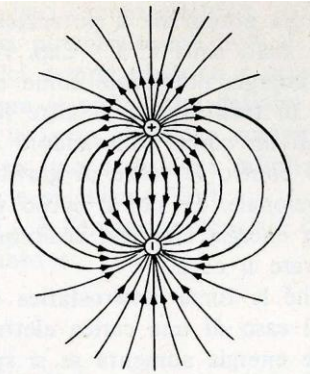


# Linee di forza (2)

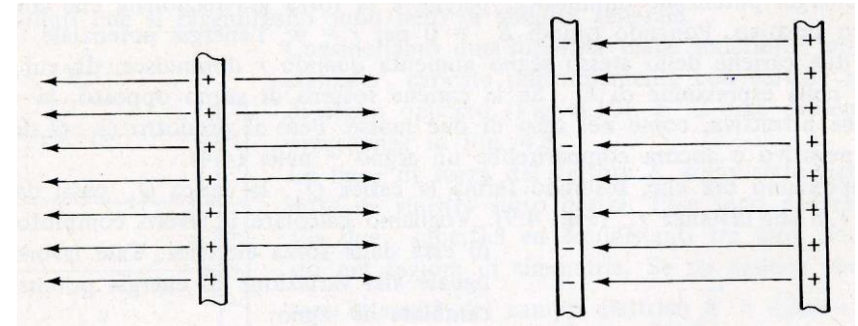
- distribuzioni di cariche e linee di campo



**+q puntiforme**

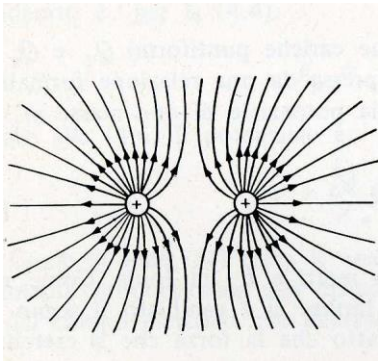


**dipolo, +q, -q**

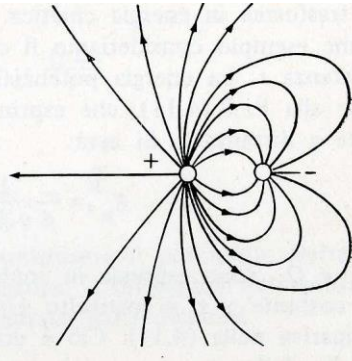


**piano carico  
uniformemente  
visto in sezione**

**2 piani carichi  
uniformemente**



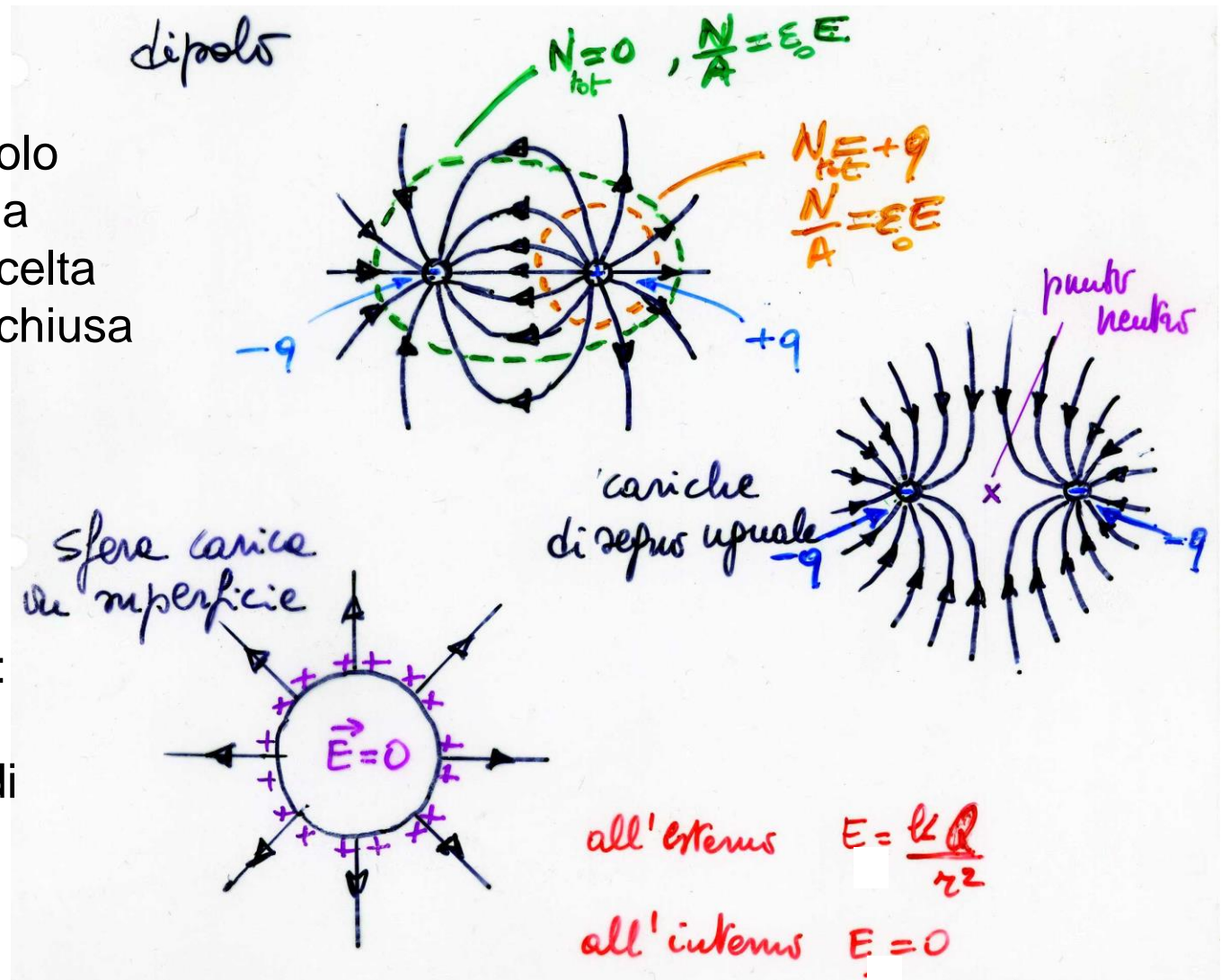
**due cariche +q**



**+2q, -q**

# Linee di forza (3)

nel caso del dipolo  
il flusso cambia a  
seconda della scelta  
della superficie chiusa

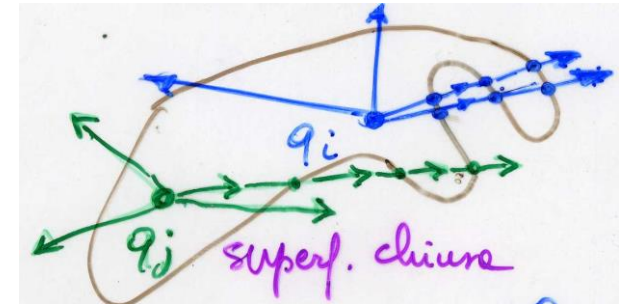
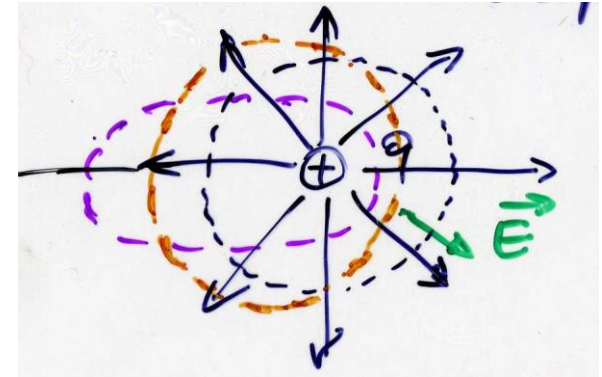


sfera carica: Q in  
superficie soltanto:  
E nullo all'interno,  
altrimenti le linee di  
E si dovrebbero  
incrociare fuori  
dalle cariche



# Teorema di Gauss

- es. carica puntif.: abbiamo già visto  $\Phi(E) = EA = q/\epsilon_0$  sfera,  $\forall r$   
la proprietà è vera per  $\forall$  superficie chiusa con  $q$  al suo interno; si vede che resta vera deformando comunque la superficie



$$\Phi_{\text{tot}}(E) = q_{\text{int}}/\epsilon_0$$

**tot** - sup. chiusa, **int** – somma algebrica delle  $q$  all'interno (**teorema di Gauss**, una delle 4 leggi fondamentali dell'e.m.)

- viceversa*, in presenza di simmetria, date le  $q$  si può ricavare **E**

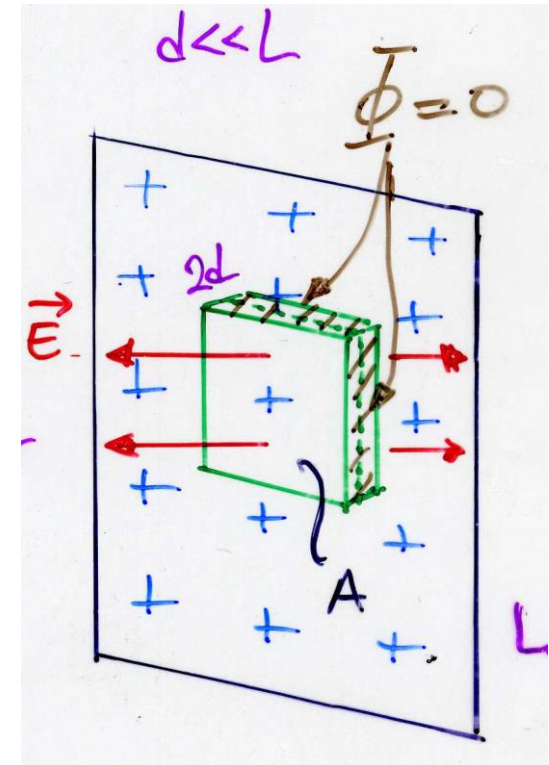




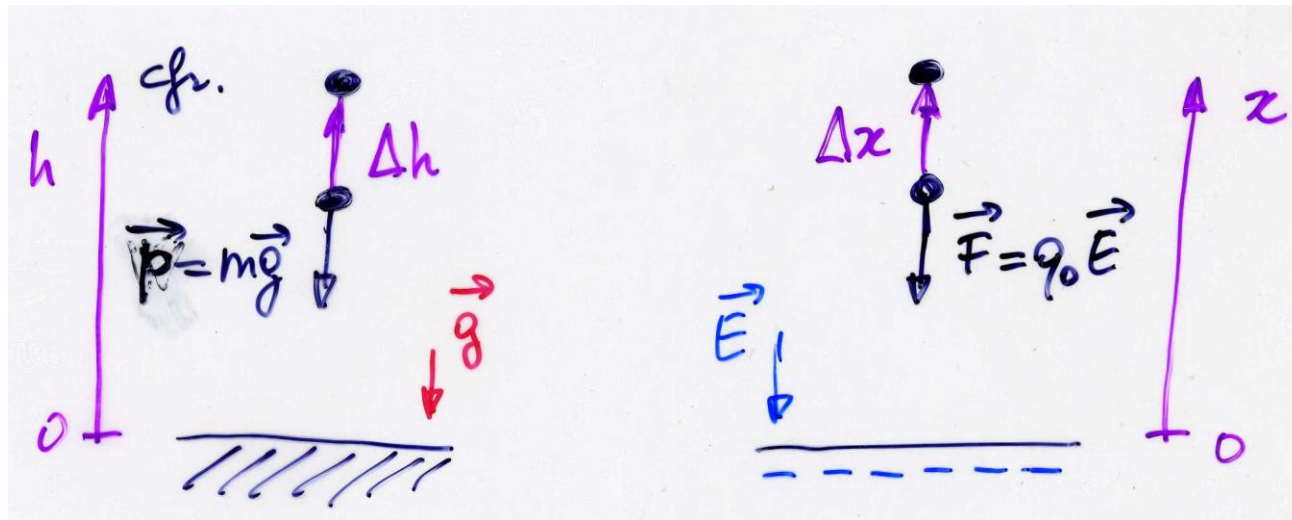
# Applicazione: piano uniformemente carico

- piano carico (o quadrato di lato  $L \gg d$ ):  $\sigma(\text{C/m}^2) = q/A$  densità superficiale di carica
- per simmetria:  $\mathbf{E} \perp$  piano [e costante (uniforme) su un  $\forall$  piano parallelo]
- applico t. di Gauss al parallelepipedo  
$$\Phi_{\text{tot}} = EA + 0 + EA = q_{\text{int}}/\epsilon_0 = \sigma A/\epsilon_0$$
$$\rightarrow E = \sigma/(2\epsilon_0)$$

che non dipende dalla distanza dal piano (campo uniforme), come deve essere per simmetria



# Potenziale elettrostatico



la **F** è  
conservativa,  
funzione della  
posizione

$E$  modulo di  $\mathbf{E}$ ,  
 $E_x$  componente  
x di  $\mathbf{E}$

- consideriamo una  $q_0$  allontanata da un piano –vo

$$\Delta\mathcal{L} = -q_0 E \Delta x = q_0 E_x \Delta x \quad (\text{cfr } \Delta\mathcal{L} = -mg\Delta h)$$

$$\Delta W = -\Delta\mathcal{L} = -q_0 E_x \Delta x$$

$$W = \int_0^x (-q_0 E_x) dx = -q_0 E_x x \quad (\text{cfr } W = mgh \text{ con } W(0) = 0)$$

$$\Delta V = \Delta W / q_0 = -E_x \Delta x \quad \text{differenza di potenziale e.s.}$$

$$E_x = -\Delta V / \Delta x \quad \text{il potenz. cresce in verso opposto ad } \mathbf{E}$$





# Potenziale elettrostatico (2)

- unità SI: 1 volt(V) = 1 J/1 C  $\longrightarrow$  E in V/m  
[1J = 1Nm; 1 N/C = 1 Nm/(1 Cm) = 1 J/(Cm) = 1 V/m]

- es. potenziale fra due piani carichi, spostando  $q_0$  dal - al +

$$\mathcal{L} = -q_0 E d = -q_0 \Delta V$$

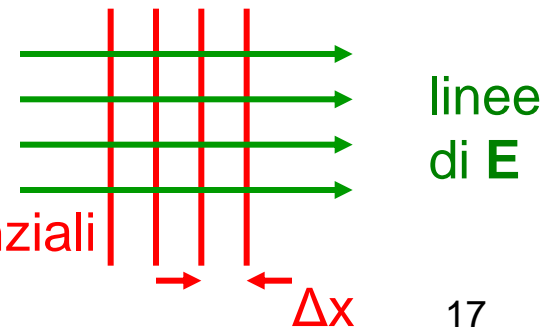
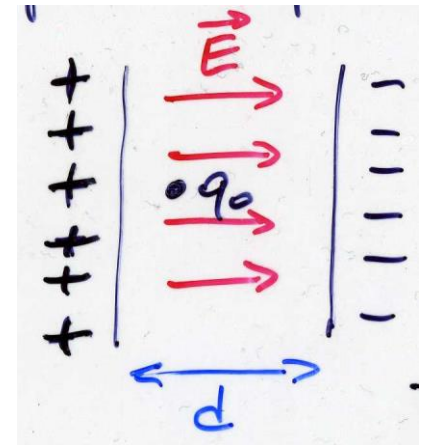
ad es.  $V_+ = E d$  con  $V_- = 0$

**NB** è definito solo  $\Delta V = V_+ - V_- = E d$

- su una  $q$  in un campo  $\mathbf{E}$ :  $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$   
tende a spostare  $q > 0$  ( $q < 0$ ) verso una regione di minore (minore)  $W$  ossia di minore (maggiore)  $V$

- superfici equipotenziali  $\perp$  ad  $\mathbf{E}$

es.1 campo uniforme  $\Delta V = -E_x \Delta x$



piani equipotenziali

linee di  $\mathbf{E}$



## Potenziale elettrico (3)

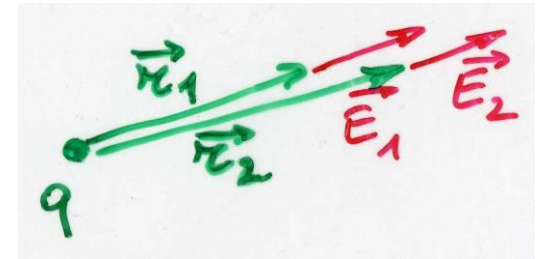
- es.2 conduttori in equilibrio: equipot. su tutto il volume ( $\mathbf{E}$  e le sue linee escono  $\perp$  alla superficie)
- es.3 potenziale prodotto da una carica puntiforme

$$E_r = kq/r^2 \quad \Delta V = -E_r \Delta r = -kq \Delta r / r^2$$

prendiamo  $\Delta r$  piccolo ossia  $r_1 \sim r_2$

$$\Delta r = r_2 - r_1 \ll r_1, r_2$$

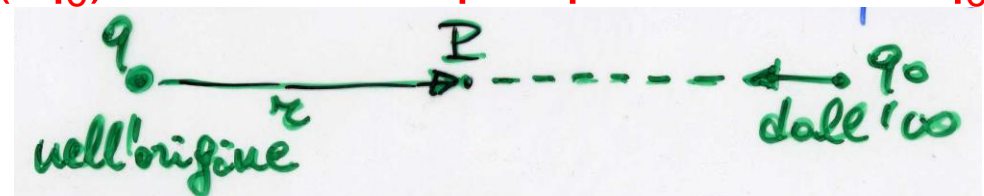
→  $r^2 \sim r_1 r_2$  **media geometrica, approx.**



$$\Delta V = -kq(r_2 - r_1) / (r_1 r_2) = -kq(1/r_1 - 1/r_2)$$

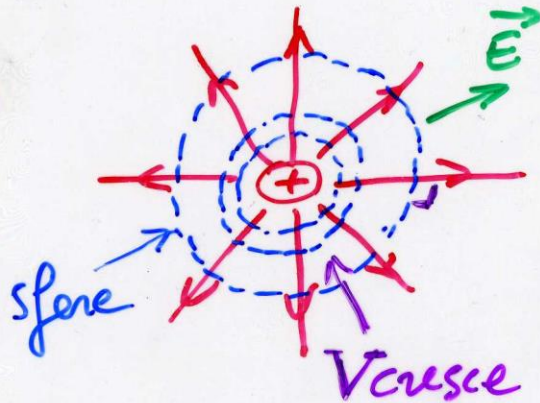
$$V_2 - V_1 = kq/r_2 - kq/r_1 \quad \text{cioè } \boxed{V(r) = q / (4\pi\epsilon_0 r)} \quad \text{ponendo } V(\infty) = 0$$

$V(P) = -\mathcal{L}/q_0$  **-lavoro(/ $q_0$ ) necessario per portare una  $q_0$  +va dall' $\infty$  al punto P**



# Potenziale elettrico (4)

- superfici equipotenziali generate da una carica puntiforme (o sferica)

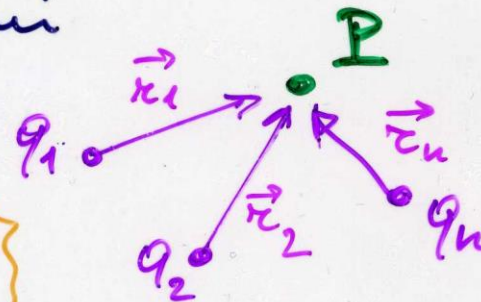


$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

superfici sferiche ortogonali ai raggi

- $n$  cariche puntiformi

$$V = \sum_{i=1}^n V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$$





# L'elettronvolt

- l'elettronvolt (eV) è una unità energia: en. acquistata da un  $e^-$  sottoposto alla d.d.p. di 1 V

$$1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

l'eV è l'energia tipica dei processi atomici (es. l'en. di ionizzazione dell'atomo di H è 13.6 eV)

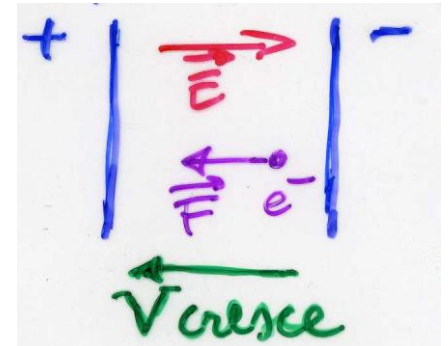
- esercizio: velocità acquistata da un  $e^-$  in una ddp di 1 V

$$\mathbf{F} = -e\mathbf{E} \quad \text{m.r.u.a./Il principio}$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}/m = -e\mathbf{E}/m$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = e\Delta V \quad \text{cons. energia, f. conserv.} \quad v^2 = 2e\Delta V/m$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 1.602 \times 10^{-19} \times 1}{9.11 \times 10^{-31}}} = 5.93 \times 10^5 \text{ m/s}$$





# Capacità

- conduttore in equilibrio: stesso  $V$  (equipotenziale), cariche in superficie,  $\mathbf{E}$  esterno  $\perp$  superficie
- se aumento  $q$ , aumenta  $V$  – si def. capacità elettrica la carica divisa per il potenziale stesso

$$C = q/V$$

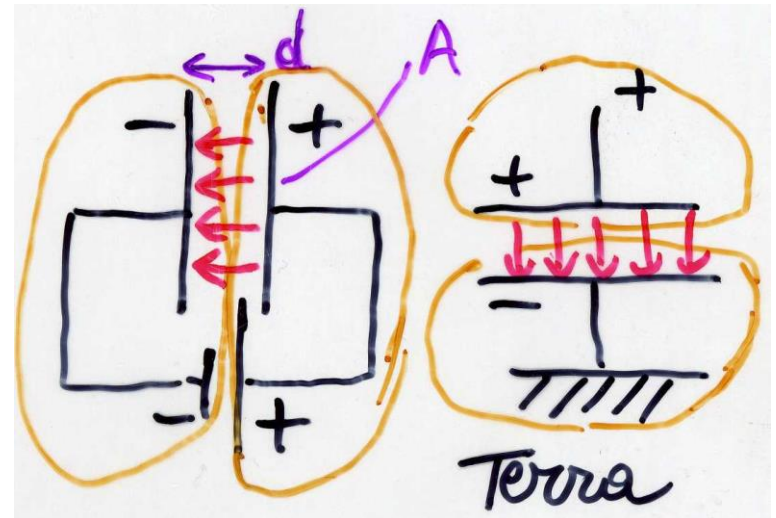
[conduttore sferico:  $V = q/(4\pi\epsilon_0 r)$ ,  $C = 4\pi\epsilon_0 r$ ]

unità SI: farad (F) – molto grande, sottomultipli usati  $\mu\text{F}$ ,  $\text{nF}$ ,  $\text{pF}$

- condensatore: due conduttori affacciati, carichi di segno opposto, es. *facce piane e parallele* ( $V = Ed = \sigma d/\epsilon_0$ )

$$C = q/V = \cancel{\phi} A / (\cancel{\phi} d / \epsilon_0) = \epsilon_0 A / d$$

con  $\sigma = q/A$  dens. sup. di carica





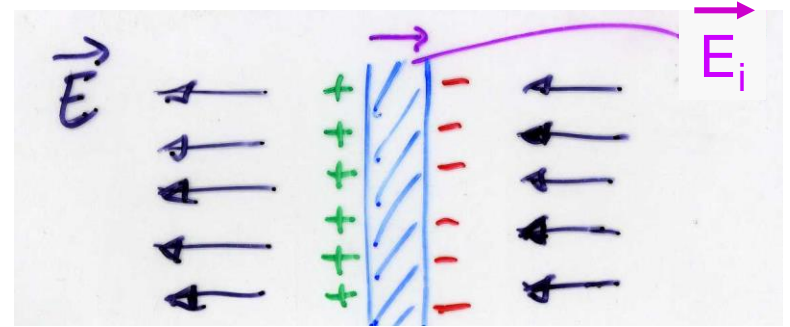
## Capacità (2)

- limite alla carica accumulabile su un conduttore / condensatore: dipende dalla forma dei conduttori, dal mezzo in cui sono immersi;  
se  $E$  cresce troppo  $\longrightarrow$  scarica  
es. aria secca  $E_{\max} \sim 3 \cdot 10^6$  V/m, vetro  $\sim 25-100 \cdot 10^6$  V/m, gomma  $\sim 20-40 \cdot 10^6$  V/m (**rigidità dielettrica**)  
[sulle punte  $\sigma$  locale è maggiore,  $E$  è maggiore e la scarica avviene prima]
- inserendo un dielettrico, la capacità del condensatore aumenta (ed aumenta anche la rigidità dielettrica), es. condensatore piano (vedi oltre per la dimostr. che  $\epsilon_r > 1$ )  
$$C = \epsilon A/d = \epsilon_r \epsilon_0 A/d = \epsilon_r C_0 \quad (\epsilon_r > 1)$$

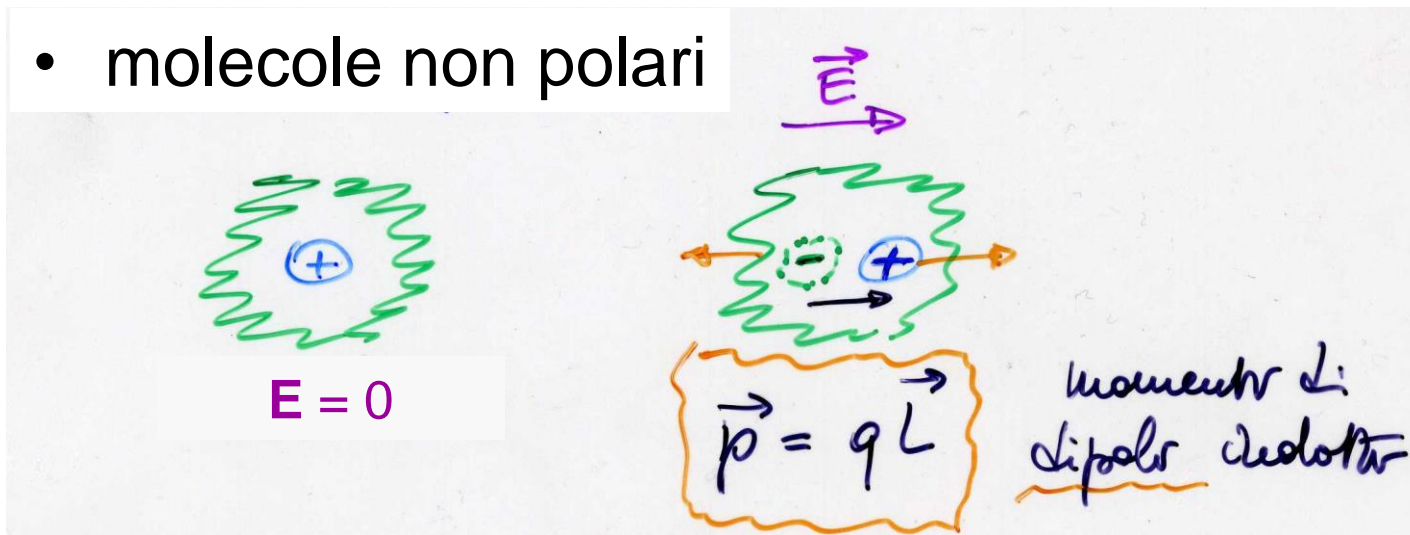


# Materiali immersi in $\mathbf{E}$ esterno

- conduttori / metalli: all'interno il campo  $\mathbf{E} + \mathbf{E}_i(\text{indotto}) = 0$



- molecole non polari



il dipolo indotto produce un campo  $\mathbf{E}_i$  in verso opposto ad  $\mathbf{E}$ ,  
il campo risultante è ridotto rispetto a  $\mathbf{E}$



# Materiali in $\vec{E}$ esterno (2)

- molecole non polari (continua)
- molecole polari con dipoli permanenti

in  $\vec{E}$  uniforme  $\vec{F} = 0$  risultante  
se  $\vec{E}$  non è uniforme

$F_1 > F_2$  attrazione

scambiando  $\ominus$   $\ominus$   $\oplus$   $\ominus$   $\oplus$

" attrazione (sempre)

$\Rightarrow$  fenomeni triboelettrici

$\text{H}_2\text{O}$   $\vec{p}$  permanente

$\vec{E}$  uniforme  $\vec{F} = 0$  ma  $\vec{M} \neq 0$

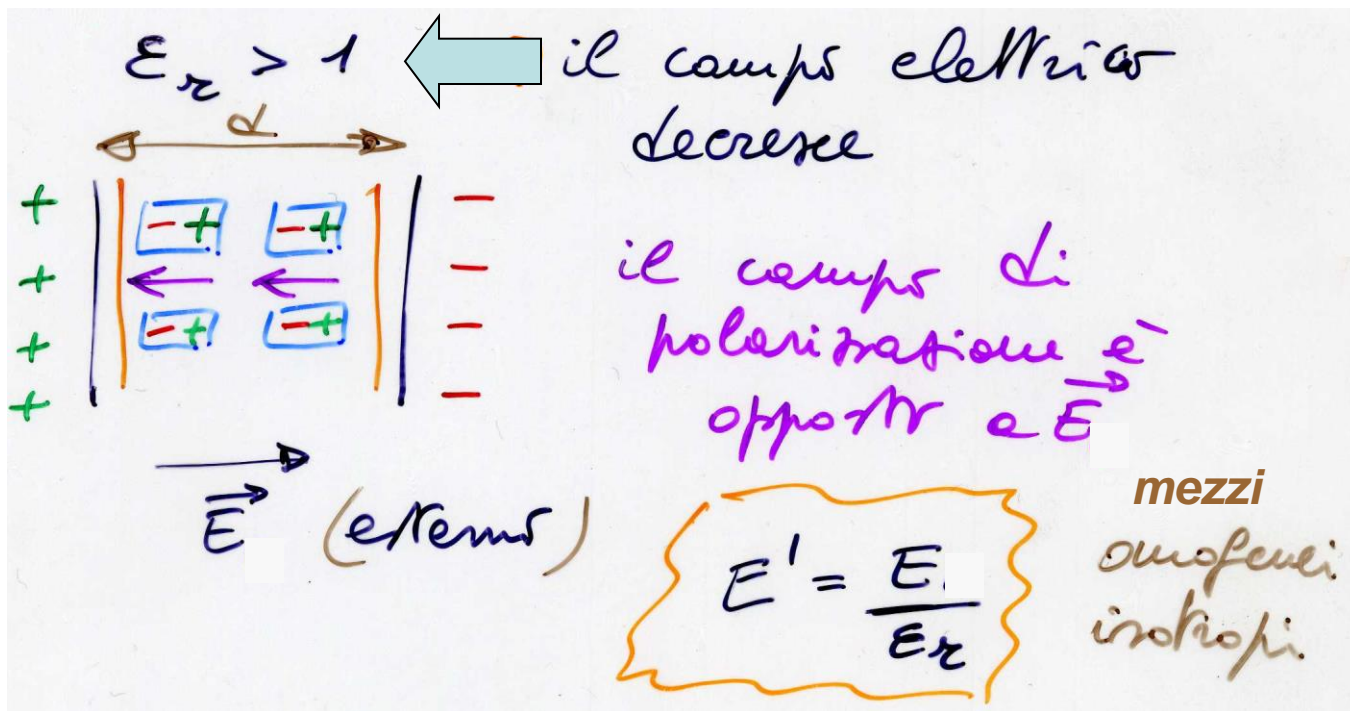
$\Rightarrow$  allineamento  
(il campo è in verso opposto)





# Dielettrici in un campo esterno

- dielettrici / isolanti:  $\vec{E}' = \vec{E} + \vec{E}_i$ ;  $E' = E - E_i = E/\epsilon_r < E$



$$V' = E'd = Ed/\epsilon_r = V/\epsilon_r$$

(q = cost)

$$C' = q/V' = \epsilon_r q/V = \epsilon_r C$$

inserendo un dielettrico C aumenta



# La costante dielettrica relativa

- il dielettrico aumenta C ed aumenta la rigidità dielettrica (da 10 a 100 volte)  
es. mica  $\epsilon_r = 7.0$   $E_{\max} \sim 50-120 \cdot 10^6$  V/m  
kapton  $\epsilon_r \sim 7$   $E_{\max} \sim 300 \cdot 10^6$  V/m
- altri materiali  
polietilene  $\epsilon_r = 2.3$ ; aria  $\epsilon_r = 1.00059$  ( $\epsilon \sim \epsilon_0$ );  
H<sub>2</sub>O  $\epsilon_r = 81$
- la grande costante dielettrica dell'acqua favorisce la dissociazione dei composti ionici (al suo interno il campo è fortemente ridotto)
- eserc.:  $10 \times 10 \times 0.01$  cm<sup>3</sup> in aria  
 $C = \epsilon_0 A/d = 8.85 \times 10^{-12} \times 10^{-2} / 10^{-4} = 885$  pF  $V_{\max} = ?$



# Condensatori in parallelo ed in serie

- parallelo:**  $\Delta V = V_a - V_b$  è lo stesso

$$q_1 = C_1 \Delta V; q_2 = C_2 \Delta V; q_n = C_n \Delta V$$

$$q_{\text{tot}} = q_1 + q_2 + \dots + q_n = \\ = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \Delta V$$

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

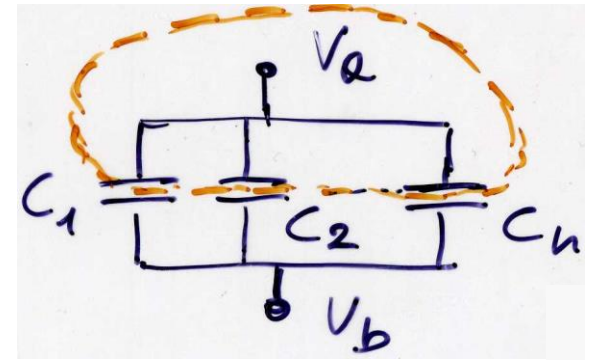
- serie:**  $q$  è la stessa, ossia

$$(V_a - V_b) = q/C_1; (V_b - V_c) = q/C_2$$

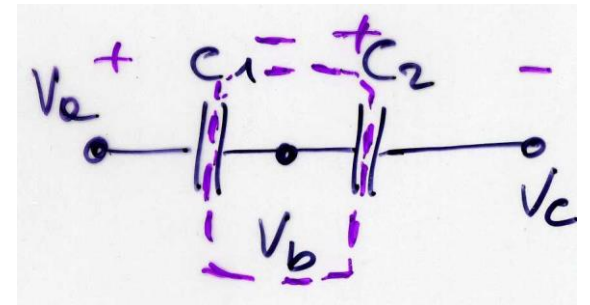
$$V_a - V_c = (V_a - V_b) + (V_b - V_c) = \\ = q(1/C_1 + 1/C_2)$$

$$1/C_{\text{eq}} = 1/C_1 + 1/C_2$$

$$C_{\text{eq}} = C_1 C_2 / (C_1 + C_2) \quad \text{mcm}$$



condensatore equivalente  
in parallelo

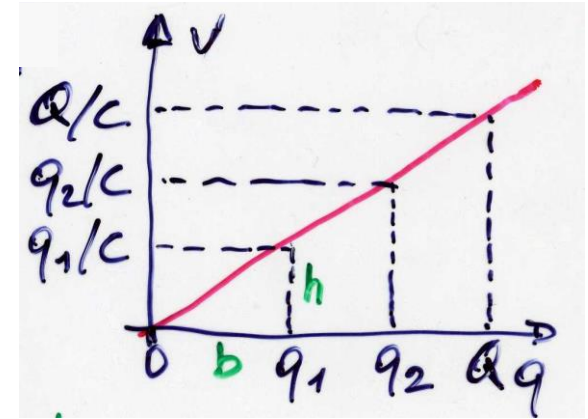
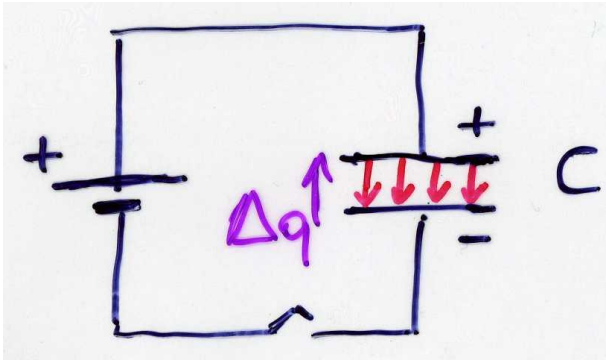


condensatore equivalente  
in serie



# Carica del condensatore(+)

- $q$ ,  $v=q/C$  durante la carica ( $Q$ ,  $V$  quantità finali, **carico**)
- inizio (tasto aperto)  $q=0$   $v=0$  (**scarico**)



- lavoro (della pila) per spostare  $\Delta q$ :  
 $-\Delta\mathcal{L} = \underline{v}\Delta q = (1/C)q\Delta q = (1/C)\frac{1}{2}(q_1+q_2)(q_2-q_1) = \frac{1}{2}(q_2^2-q_1^2)/C$   
fra 0 e  $Q$ :  $\mathcal{L} = -Q^2/(2C)$

$$W = Q^2/(2C) = \frac{1}{2}CV^2$$

$V$  è la d.d.p. ai capi del condensatore

energia  
immagazzinata  
nella carica



# Energia immagazzinata nel campo elettrico

- es. condensatore piano nel vuoto

$$V = Ed$$

$$C = \epsilon_0 A/d$$

volume di C

$$W = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}(\epsilon_0 A/d)(E^2 d) = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 (Ad)$$

- energia per unità di volume (densità di en. potenziale)

$$\eta = W/(Ad) = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

(cfr. en. potenziale elastica di una molla spostata di  $x$  dalla posizione di equilibrio:  $W_{\text{molla}} = \frac{1}{2}kx^2$ )

- la formula risulta valida anche per campi  $\mathbf{E}$  comunque variabili
- se c'è un dielettrico, basta mettere  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$  al posto di  $\epsilon_0$

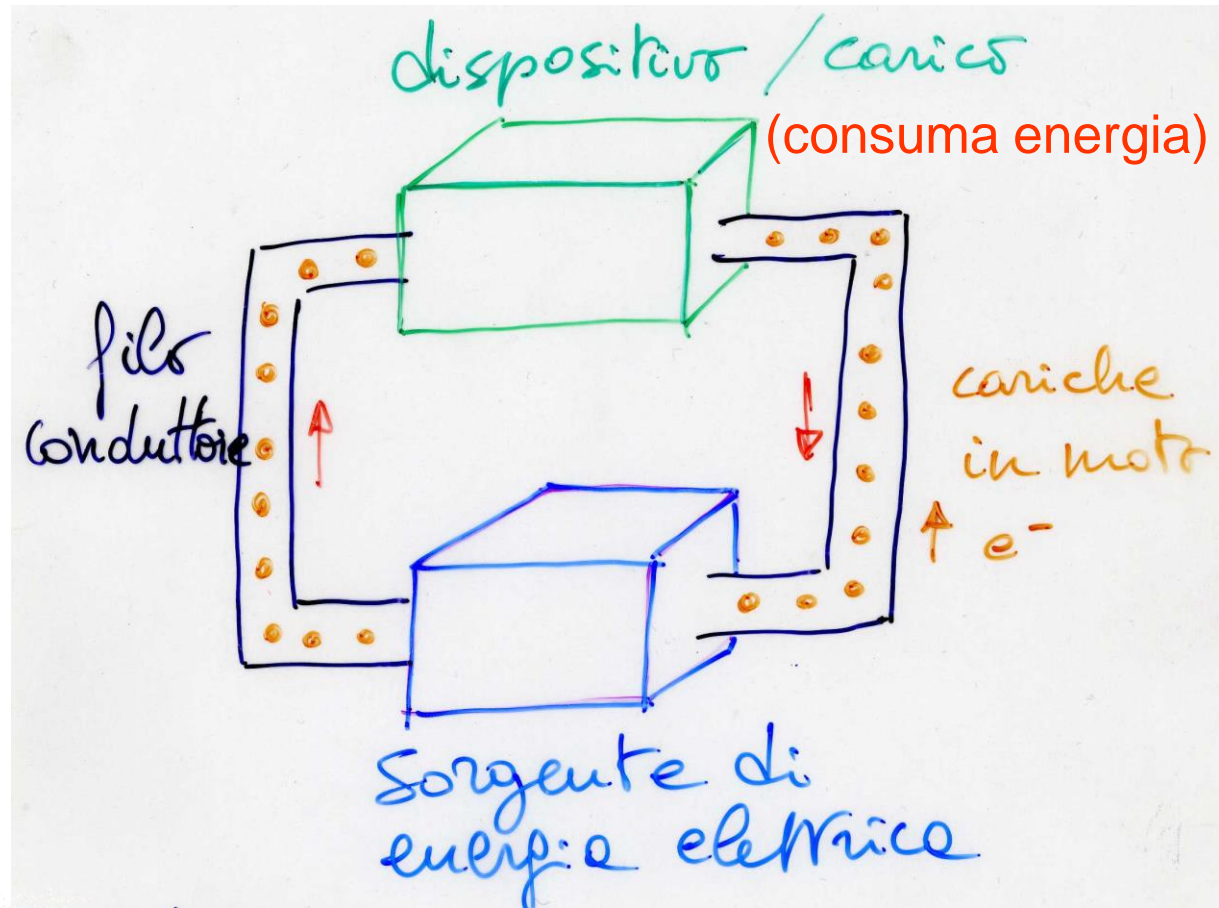
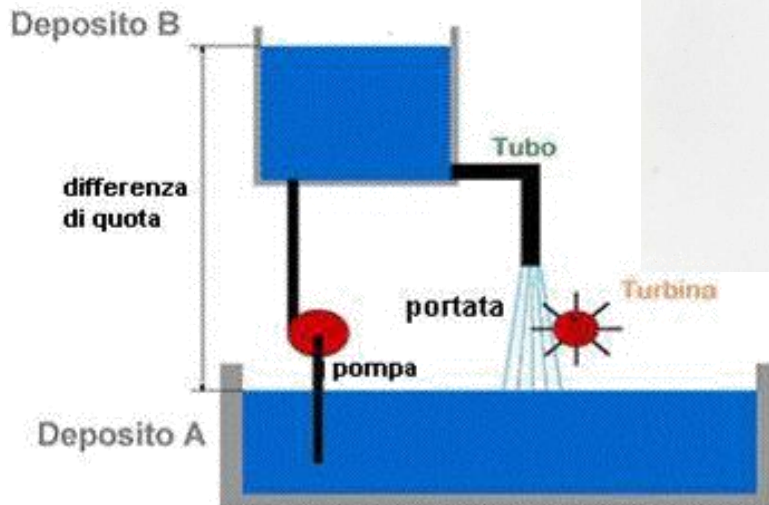


# Corrente elettrica



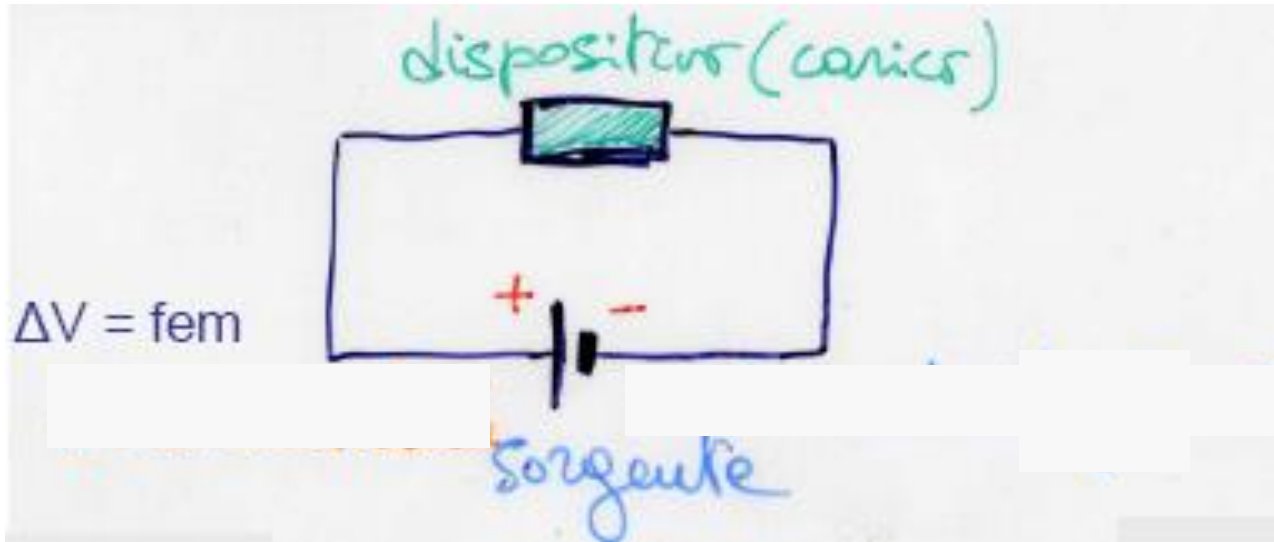
# Circuito elettrico

- sorgente ad es. pila: en. chimica  $\rightarrow$  en. elettrica
- analogia con un circuito idraulico





# Schema ed elementi di circuito elettrico



- la pila (batteria) fornisce una d.d.p. costante
- NB le linee continue sono equipotenziali

resistenza



$R$

$$\Delta V = Ri$$

capacità



$C$

$$\Delta V = q/C$$



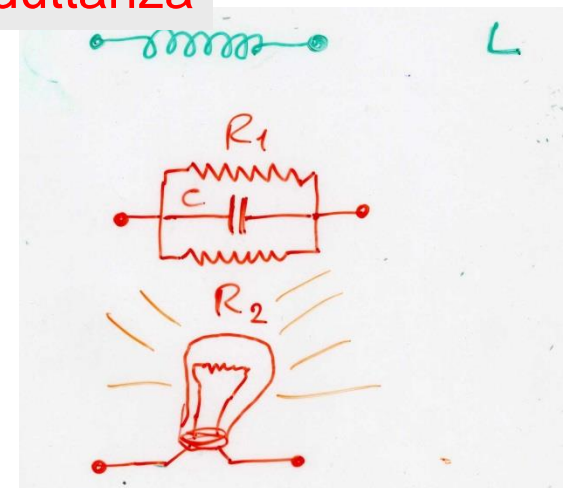
( diodo )

induttanza

$$\Delta V = Ldi/dt$$



$L$







# Corrente elettrica

- in generale la corrente elettrica è la carica per unità di  $t$  attraverso una superficie  $A$

$$i = \Delta q / \Delta t \quad (\text{al lim per } \Delta t \rightarrow 0, i = dq/dt)$$

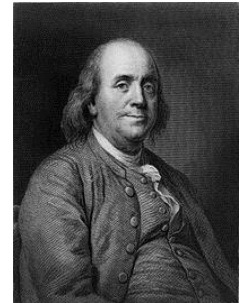
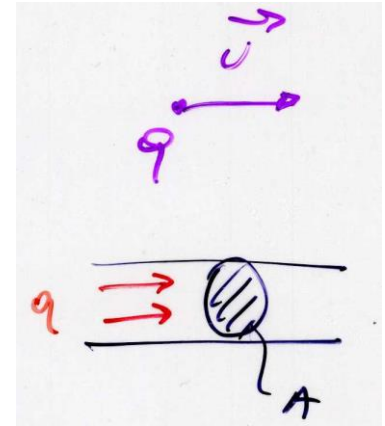
- unità SI: 1 ampère (A) = 1 C/s  
sottomultipli: mA,  $\mu$ A, nA

- **convenzione (Bj. Franklin):  $i$  è +va nel verso in cui si muovono le cariche +ve**

- conduttori: in realtà si muovono gli  $e^-$


- altri casi (semiconduttori, elettrolisi, acceleratori): si possono muovere sia cariche  $-ve$  che  $+ve$

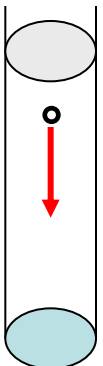
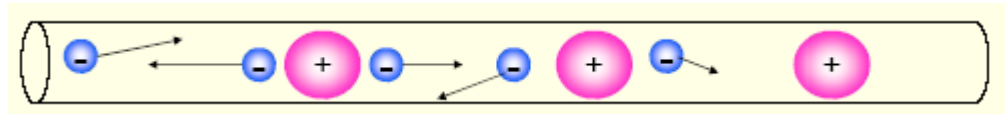
- **corrente continua (stazionaria):  $i$  non varia nel tempo, analoga allo scorrimento stazionario di un fluido**





# Elettroni nei metalli

- nei metalli gli  $e^-$  più esterni sono in comune al cristallo ( $e^-$  di conduzione), tipicamente  $\sim 1/\text{atomo}$
- modello: gas di  $e^-$  'classico',  $v_T \sim 1.2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$  (300 K),  $\lambda \sim 100 \text{ \AA}$ ,  $\tau \sim 10^{-13} \text{ s}$  (+)
- se  $\mathbf{E} = 0$  ( $\Delta V = 0$ ):  
agitazione termica,  $v_d = 0$ , con  $v_d$  velocità di deriva
- se  $\mathbf{E} \neq 0$ :  $\mathbf{F} = -e\mathbf{E}$ , urti sugli ioni, 'resistenza viscosa',  
cfr. legge di Stokes   $v_d \neq 0$ , molto piccola,  
 $\sim 0.1 \text{ mm/s}$  (ma un segnale elettrico si propaga con  $v \sim c$ )
- se  $\mathbf{E}$  (o  $\Delta V$ ) cost. nel tempo, anche  $v_d$  è cost.  $\rightarrow$  i  
continua (analoga a cariche in moto con vel. cost.,  
analogia col viscosimetro a caduta)



fln apr-mag 14

34

(+)  $\lambda, \tau$  – cammino, tempo fra due urti col reticolo



# Resistenza elettrica



Georg Ohm

- se in generale applico una d.d.p.  $V$  agli estremi di un pezzo di materiale (metallo o meno) si def. resistenza elettrica il rapporto fra la d.d.p. e la corrente  $i$  che lo attraversa

$$R = V/i$$

(def. di resistenza)

ho soppresso  $\Delta$ , ma è una ddp

con in genere  $R = R(i)$

unità SI: 1 ohm ( $\Omega$ ) = 1 volt/ampère = 1 V/A

- se applico la d.d.p. ad un metallo (conduttore ohmico) a  $T = \text{cost.}$ , la resistenza risulta costante

$$R = V/i = \text{cost.}$$

[1) conduttore ohmico, 2)  $T = \text{cost.}$ ]

1a legge di Ohm, che vale solo per i buoni conduttori, metalli, se la temperatura non varia

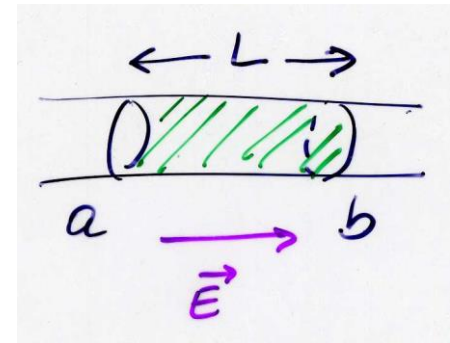


## Resistenza elettrica (2)

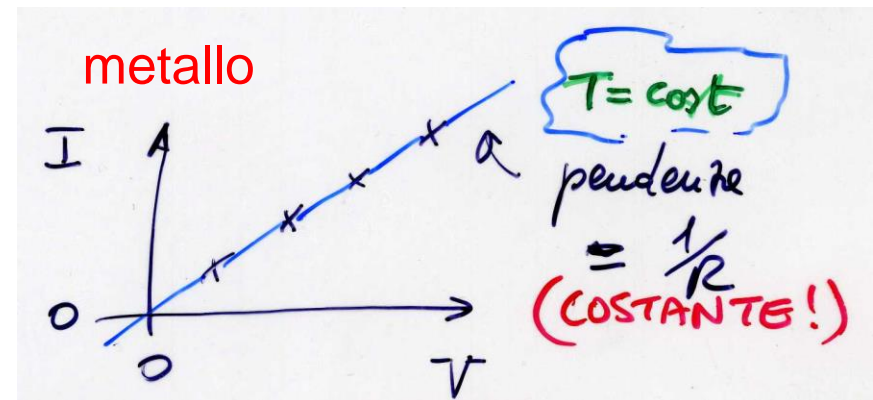
- relazione fra campo e d.d.p.:

$$V = V_a - V_b = EL$$

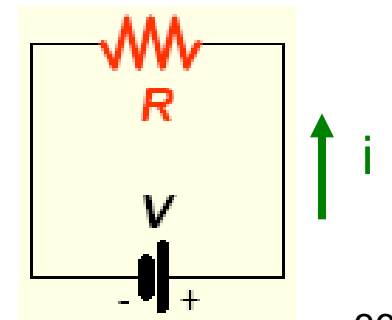
quindi il campo è la ddp divisa  
la lunghezza del campione



- se sono verificate le condizioni della 1a legge di Ohm,  $i$  vs  $V$  è una retta per l'origine (cfr. leggi di Poiseuille, Fick, Fourier)



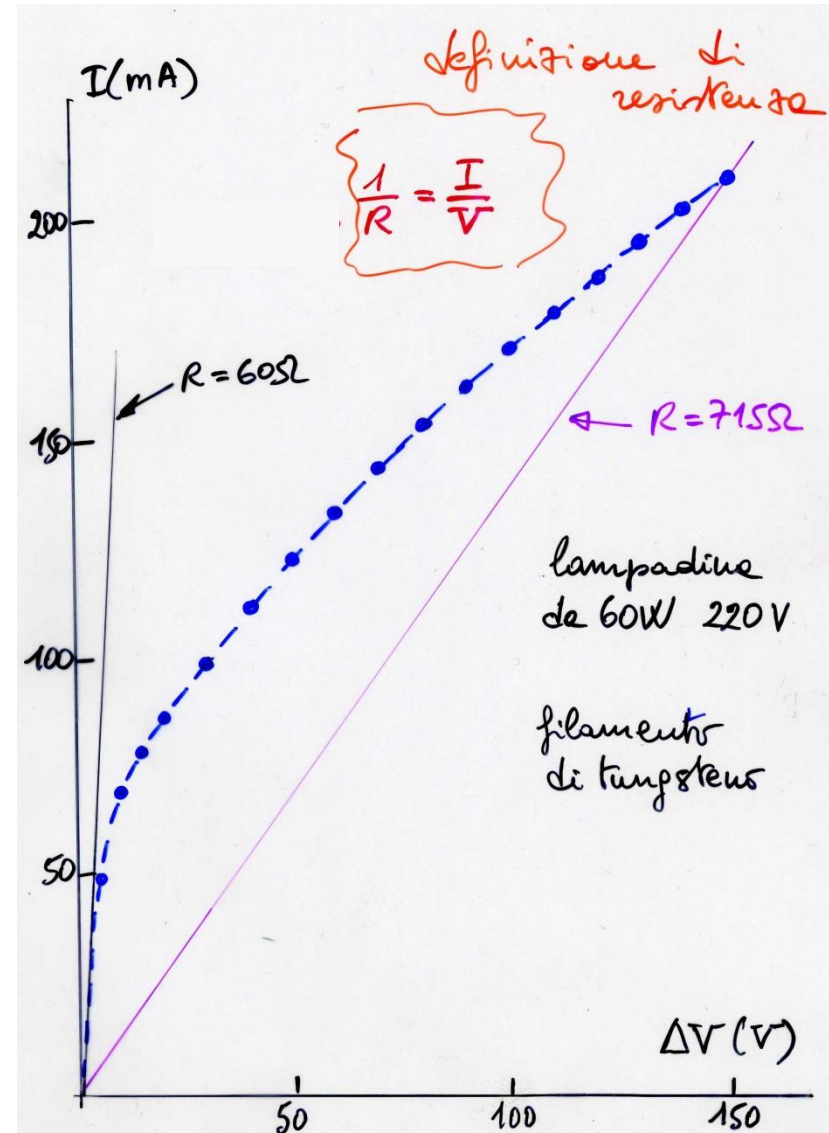
- in un circuito la resistenza  $R$  è indicata da una linea seghettata (**NB** le linee continue hanno  $R = 0$ )





## Resistenza elettrica (3)(\*)

- normale lampadina da 60 W (filamento metallico), misuro  $i$  vs  $V$  e non trovo una retta!  $R$  aumenta ~10 volte se  $V$  va da qualche volt a 150 V, perchè?
- un indizio: a qualche volt la lampadina non emette luce, mentre a 150 V sì
- l'emissione di luce sempre più visibile implica che il filamento si scalda (legge di Wien), la condizione  $T = \text{cost.}$  non è rispettata



(\*) facoltativo

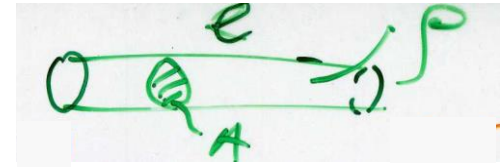
fin apr-mag 14

37



# Resistività elettrica

- per un campione di materiale di lunghezza  $\ell$  e di area trasversa  $A$



$$R = \rho \ell / A = \ell / (\sigma A)$$

[cfr. legge di Fourier "R" =  $\Delta x / (kA)$ ]

**2a legge di Ohm**, dove  $\rho = \rho(T)$  in  $\Omega \cdot m$  è la resistività e  $\sigma = \sigma(T)$  in  $S(iemens) \cdot m^{-1}$  è la conducibilità elettrica

- W:**  $\rho_W = 5.5 \cdot 10^{-8} \Omega m$  a  $20^\circ C$   
 $\alpha_W = 4.5 \cdot 10^{-3} K^{-1}$  ( $\approx 1/273 K!$  (entro il 20%))  
 $\rho_T = \rho_{20^\circ C} [1 + \alpha(T - 293)] \rightarrow \rho_{2000^\circ C} \sim \rho_{20^\circ C} \times 10$
- C:**  $\rho_C = 3.5 \cdot 10^{-5} \Omega m$  (grafite  $0.8 \cdot 10^{-5} \Omega m$ )  
 $\alpha_C = -5 \cdot 10^{-4} K^{-1}$  dipende meno/poco da T
- resistori discreti: in C a impasto (ad es. Allen-Bradley)





# Resistività elettrica dei materiali, 20°C

- nei metalli  $\rho$  cresce con  $T \uparrow$  ed in presenza di impurezze (aumentano ostacoli al moto degli  $e^-$ )
- nei semicond. e isolanti accade il contrario (la possibilità di variare  $\rho$  drogando i semic., eg con As e B, è alla base di tutta l'elettronica)
- cfr conduc. termica

Materiale	$\rho$ ( $\times 10^{-8} \Omega m$ )	$\alpha$ ( $10^{-3} \text{gradi}^{-1}$ )
Ag	1.53	3.8
Cu	1.72	4.0
Carbono	49	0.03
Hg	98	0.99
C	$3.5 \times 10^3$	-0.5
Ge	$4.6 \times 10^7$	-50
Si	$2.0 \times 10^9$	-70
vetri	$10^{18} \div 10^{22}$	
gomma dura	$10^{21} \div 10^{24}$	
polistirolo	$10^{23} \div 10^{24}$	



# Resistenze in serie ed in parallelo

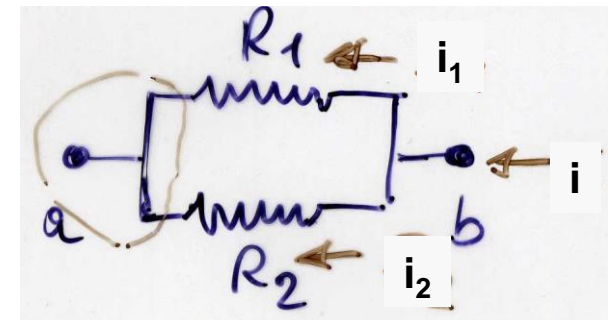
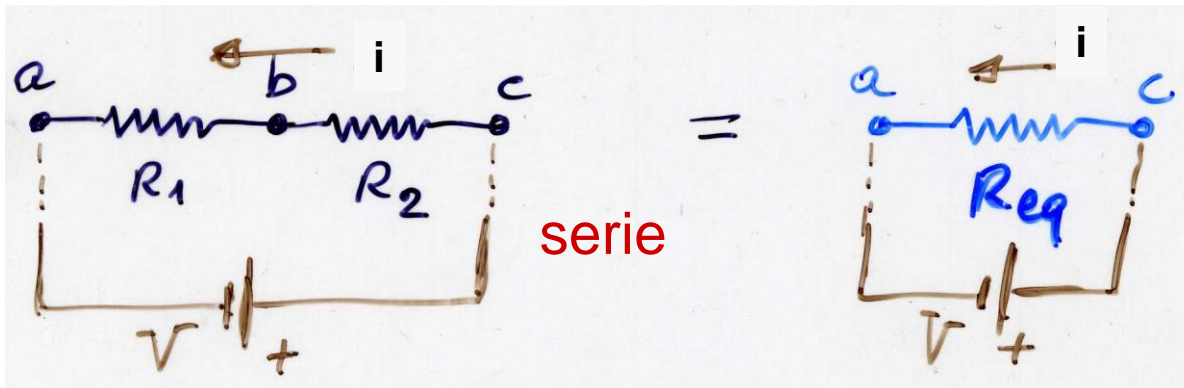
- **serie:  $i = \text{cost}$**       $iR_1 = V_b - V_a$       $iR_2 = V_c - V_b$   
ma      $iR_{\text{eq}} = V_c - V_a = (V_c - V_b) + (V_b - V_a) = i(R_1 + R_2)$

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 (+ \dots + R_n) \quad \text{serie}$$

- **parallelo:  $V = V_b - V_a = \text{cost}$**       $i_1 = V/R_1$       $i_2 = V/R_2$   
ma      $V/R_{\text{eq}} = i = i_1 + i_2 = V(1/R_1 + 1/R_2)$

$$1/R_{\text{eq}} = 1/R_1 + 1/R_2 = (R_2 + R_1)/(R_1 R_2) \quad \text{parallelo}$$

$$R_{\text{eq}} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$$

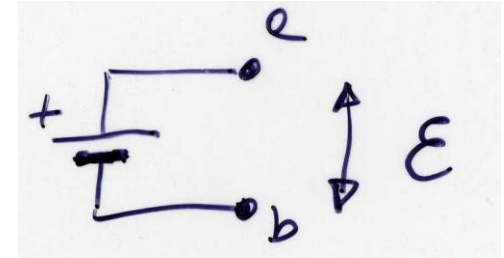






# f.e.m. e resistenza interna del generatore

- la forza elettromotrice  $\mathcal{E}$  è il lavoro per unità di carica che fa la pila, batteria (o un  $\nabla$  altro generatore): si misura a morsetti aperti ( $i = 0$ ,  $R = \infty$ )
- chiudendo su un carico  $R$

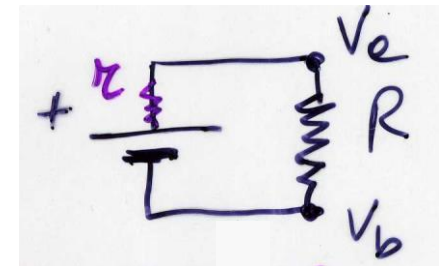


$$\mathcal{E} = i(r+R)$$

$$i = \mathcal{E}/(r+R) < \mathcal{E}/R$$

$$V = V_a - V_b = iR = \mathcal{E}R/(r+R) < \mathcal{E}$$

dove  $r$  è la resistenza interna del generatore (piccola), in serie col carico: la corrente erogata è  $<$  di quella erogabile con  $r = 0$  e la ddp utile  $<$  della fem





# Effetto Joule e lavoro del generatore

- per far passare una carica  $dq$  attraverso una  $R$  occorre fornire un lavoro

$$d\mathcal{L} = (V_a - V_b)dq = Vdq = Vidt$$

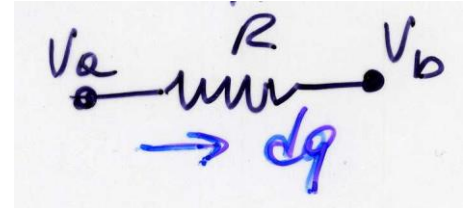
usando  $i = dq/dt$ ; questo  $\mathcal{L}$  scalda la  $R$  (**effetto termico della corrente**); la potenza corrispondente è

$$\mathcal{P} = d\mathcal{L}/dt = Vi$$

(oppure, usando  $V= Ri$ ,  $\mathcal{P} = i^2R = V^2/R$ )

- il lavoro per unità di  $t$  fornito dalla pila per far passare le cariche in  $r+R$  è

$\mathcal{P} = \mathcal{E}i$  mentre la potenza dissipata su  $R$  (utile) è solo  $\mathcal{P}' = Vi < \mathcal{P}$





# Misure di corrente e ddp

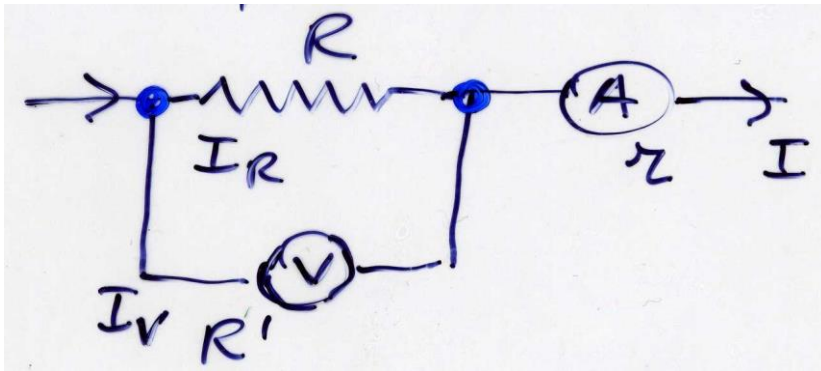
- Ⓐ amperometro, misura  $i$  e si connette in serie ( $r$  interna piccola)
- Ⓥ voltmetro, misura  $V$  e si connette in parallelo ( $R'$  interna grande)
  - in ambedue i casi si può usare un multimetro (digitale) che misura  $A$ ,  $V$  (sia in cc che in c. alternata),  $\Omega$  e  $C$
  - in casi particolari si usa un galvanometro Ⓒ ossia un amperometro molto sensibile (strumento di zero, per verificare se  $i \simeq 0$ )



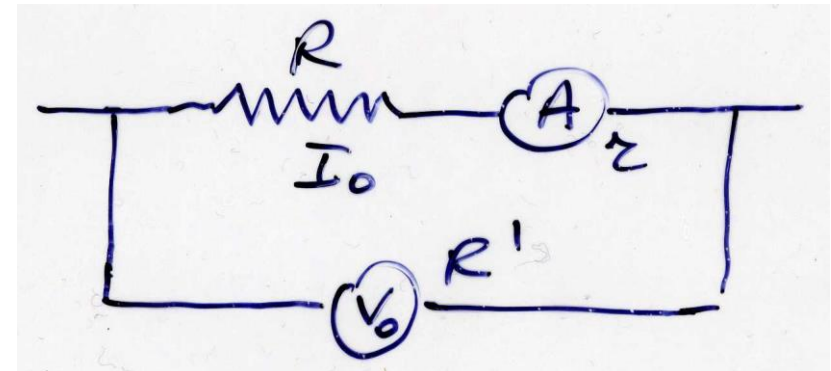


## Misure di corrente e ddp (2)(\*)

- ad es. vogliamo misurare una  $R = V/i \Rightarrow$  due possibili connessioni



a)  $i_R R = i_V R' \rightarrow i_R / i_V = R' / R$   
 $i_R / i = i_R / (i_R + i_V) \rightarrow V = i_R R =$   
 $= R R' i / (R + R')$   
 $V / i = R R' / (R + R') = R / (1 + R / R')$   
va bene solo se  $R' \rightarrow \infty$



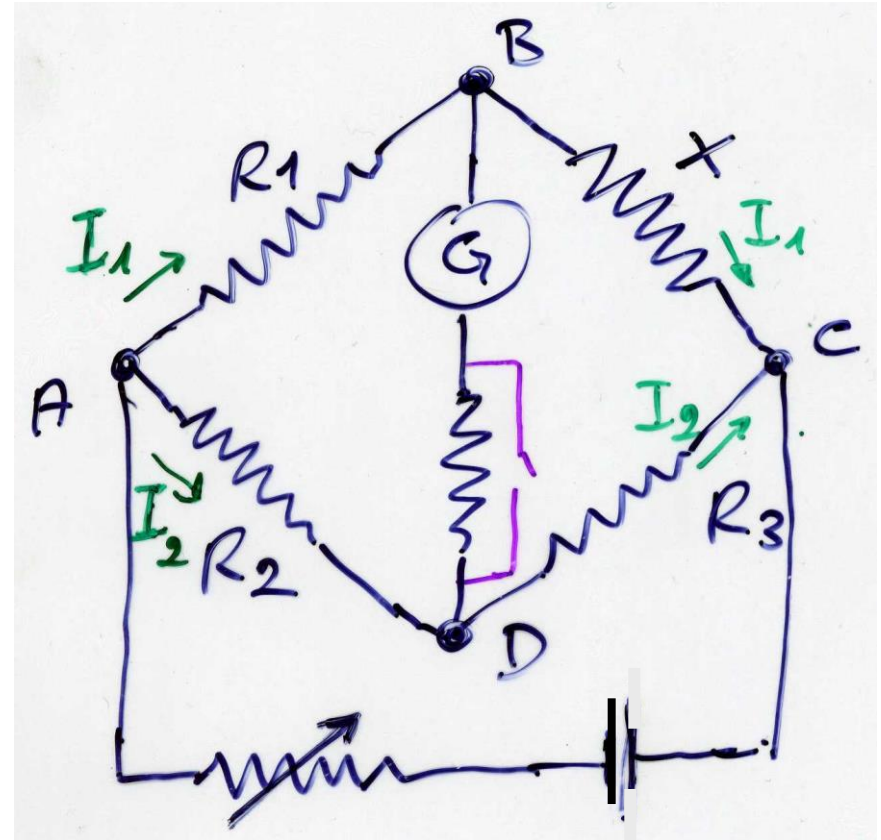
b)  $V_0 = i_0 (R + r)$   
 $\rightarrow V_0 / i_0 = R + r$   
va bene solo se  $r \rightarrow 0$

in realtà  $R' \neq \infty$  e  $r \neq 0 \rightarrow$  metodi speciali: ponte di Wheatstone (R), potenziometro (ddp)

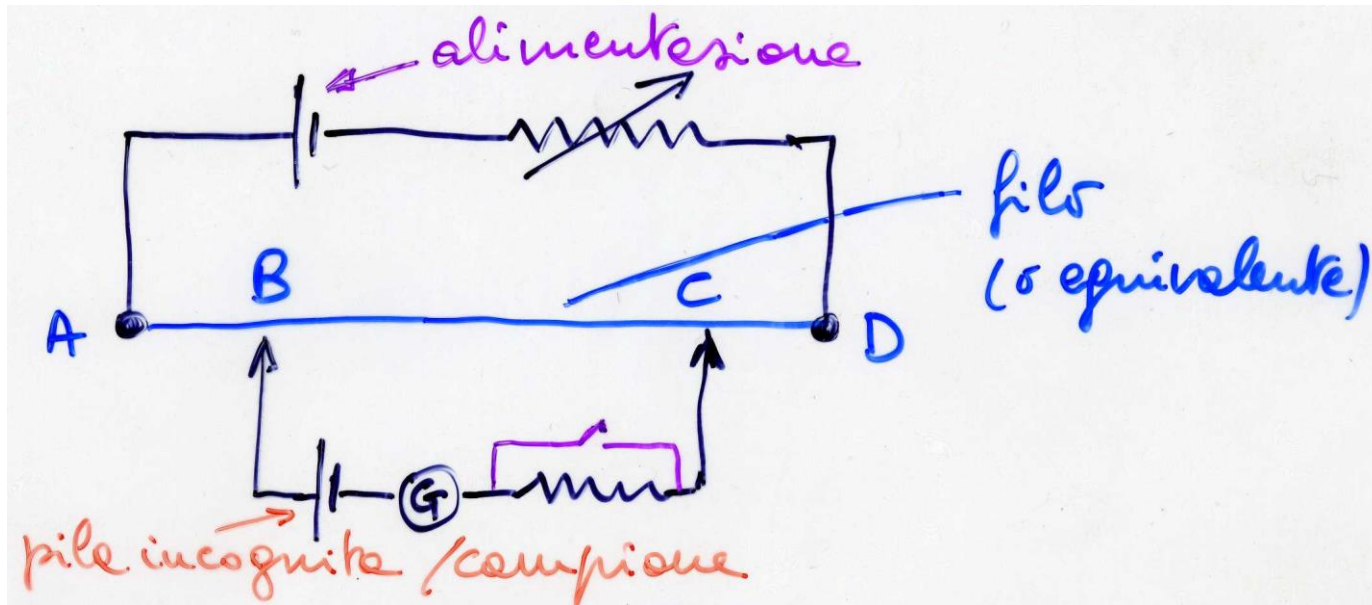


# Ponte di Wheatstone (\*)

- G è un galvanometro usato per misurare una corrente nulla
- $R_2, R_3$  sono aggiustabili ad es. a filo, X è la resistenza da misurare
- ponte in equilibrio: G indica 0, quindi  $V_B = V_D$  ossia  
 $i_1 R_1 = i_2 R_2$      $i_1 X = i_2 R_3$   
da cui  $X = R_3 R_1 / R_2$
- applicazione: termometro a resistenza



# Potenziometro (\*)

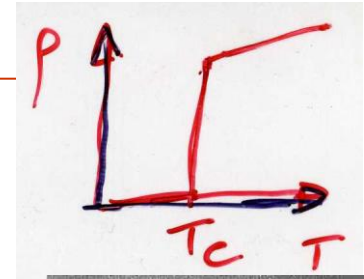


- due misure di corrente 0 nel galvanometro G
  - pila incognita  $\mathcal{E} = (BC/AD)V_{AD}$
  - pila campione  $\mathcal{E}' = (B'C'/AD)V_{AD}$  ad es. Weston 1.0186 V
- da cui  $\mathcal{E} = (BC/B'C')\mathcal{E}'$   
 (con corrente 0 non si perturba il circuito)



# Superconduttività (cenno) (\*)

- metalli: se  $T \searrow$ ,  $\rho \searrow$  (l'agitazione termica, la "viscosità" decrescono)
- se  $T < T_{\text{critica}} \Rightarrow$  fenomeno nuovo ( $\rho \sim 0$ )
- scoperta: Kamerlingh Omnes (**1911**, PN 1913); prime applicazioni solo 50 anni dopo (1960)
- $T_c$  ad es.: Hg 4.2 K; Nb 9.2 K, lega  $\text{Nb}_3\text{Ge}$  23 K; alcune ceramiche  $> 125$  K ("alta temperatura", in effetti  $-150$  °C ma  $> T_{\text{LN}_2}$ , Berdnorz e Müller, 1986, PN)
- spiegazione (quanto meccanica): coppie di  $e^-$  (coppie di Cooper)
- applicazioni:  $\rho=0$ ,  $R=0$ , grandi  $i$  ( $\rightarrow$  campi magnetici) senza dissipazione, risparmio di potenza (non c'è effetto Joule, ma occorre fare lavoro per raffreddare)





# Leggi di Kirchhoff(\*)



in un  $\forall$  circuito elettrico

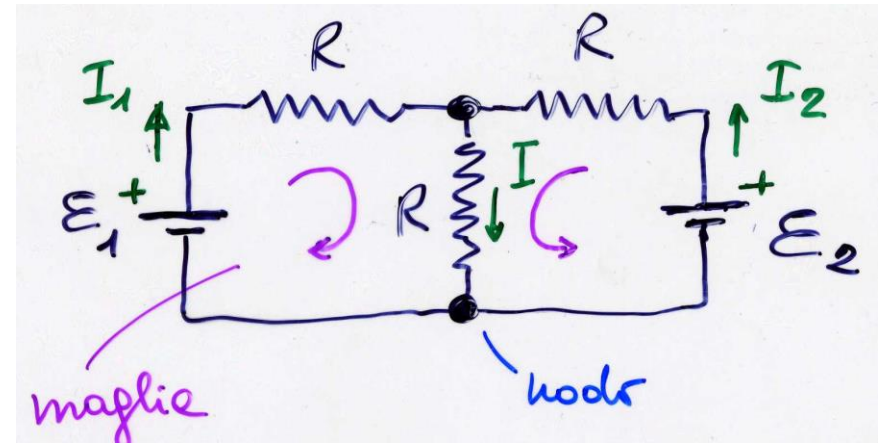
- 1a legge, maglie:  $\sum_j V_j = 0$  somma su tutte le fem (+ve) e cadute di tensione (-ve) nel verso di circolazione della corrente (di maglia) – giustificazione: **quando faccio un giro completo ritorno allo stesso potenziale**
- 2a legge, nodi:  $\sum_j i_j = 0$  somma algebrica su tutte le i entranti nel nodo (+ve) ed uscenti (-ve) – **conservazione della corrente**
- note le R e le  $\mathcal{E} \rightarrow$  tante equaz. quante sono le i incognite ( $n_{\text{maglie}}, n_{\text{nodi}}-1$ )
- nelle leggi di Kirchhoff possono essere incluse altre ddp,  $q/C$  per il condensatore [e  $L di/dt$  per l'induttanza (v. oltre)]





# Leggi di Kirchhoff, esempi(\*)

**es1:** due maglie e due nodi, 3 R uguali per semplicità: 2 equaz. di maglia, 1 per i nodi (sarebbero 2, ma sono uguali); sono note  $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, R$ ; incognite  $i, i_1, i_2$



– 1<sup>a</sup> maglia  $\mathcal{E}_1 - Ri_1 - Ri = 0$

– 2<sup>a</sup> maglia  $\mathcal{E}_2 - Ri_2 - Ri = 0$

– 1<sup>o</sup> nodo  $i_1 + i_2 = i$

- per risolvere il sistema di 3 eq. in 3 incognite, sostituisco la 3<sup>a</sup> eq. nelle prime due

$$\mathcal{E}_1 - Ri_1 - R(i_1 + i_2) = 0$$

$$\mathcal{E}_2 - Ri_2 - R(i_1 + i_2) = 0$$



## Esempi (2)(\*)

- multiplico x2 la 1<sup>a</sup> e la sottraggo dalla 2<sup>a</sup>

$$\mathcal{E}_2 - Ri_1 - \cancel{2Ri_2} - 2\mathcal{E}_1 + 4Ri_1 + \cancel{2Ri_2} = 0$$

$$\rightarrow i_1 = (2\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)/3R$$

$$i_2 = (2\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)/3R$$

$$i = (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2)/3R$$

- **es2: NB corrente continua,** ossia  $i_4 = i_5 = 0$  (C è un **circuito aperto**),  $i_1 = i_2 = i_3 = i$

1<sup>a</sup> maglia:

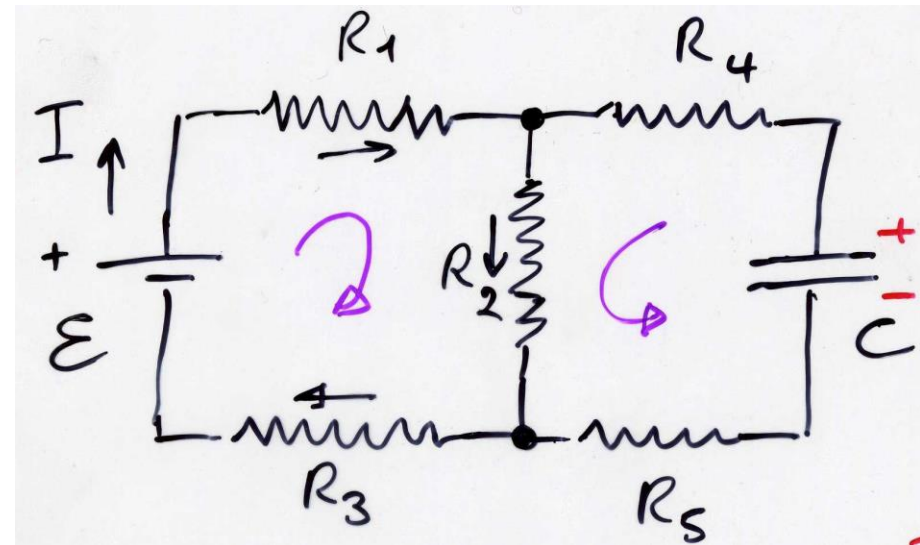
$$\mathcal{E} - i(R_1 + R_2 + R_3) = 0$$

2<sup>a</sup> maglia:

$$-iR_2 + V_C = 0$$

**basta scambiare gli indici!**

(\*) 1° es. facoltativo

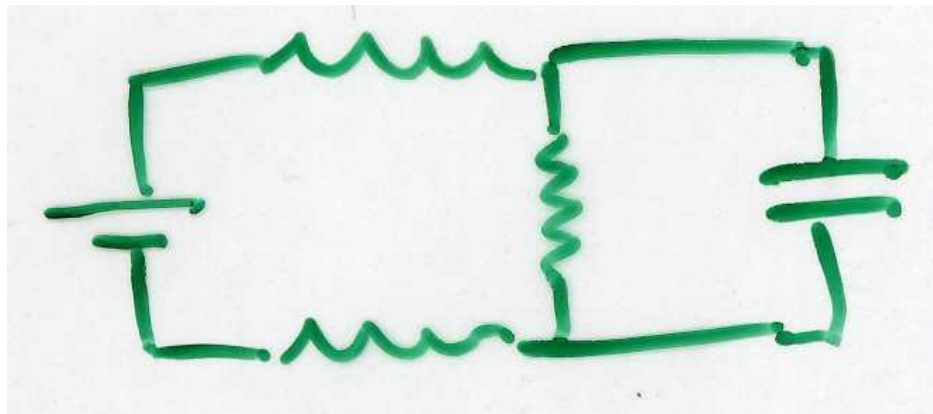




## Esempi (3)

- le eq. sono valide a regime (cc), quando C è carico; si ottiene
  - $i = \mathcal{E}/(R_1+R_2+R_3)$
  - $V_C = \mathcal{E}R_2/(R_1+R_2+R_3)$
  - $Q = CV_C = C\mathcal{E}R_2/(R_1+R_2+R_3)$

$R_4$  e  $R_5$  è come se a regime non ci fossero, cioè posso ridisegnare il circuito in modo più semplice





## Esempi (4)(\*)

- **es3:** questa volta ho un **corto circuito** fra a e b ( $R=0$ ,  $V_a=V_b$ , la corrente passa tutta di lì), quindi  $i_1 = i_2 = 0$
- uso Kirchhoff (**3 maglie**, **1 nodo**)

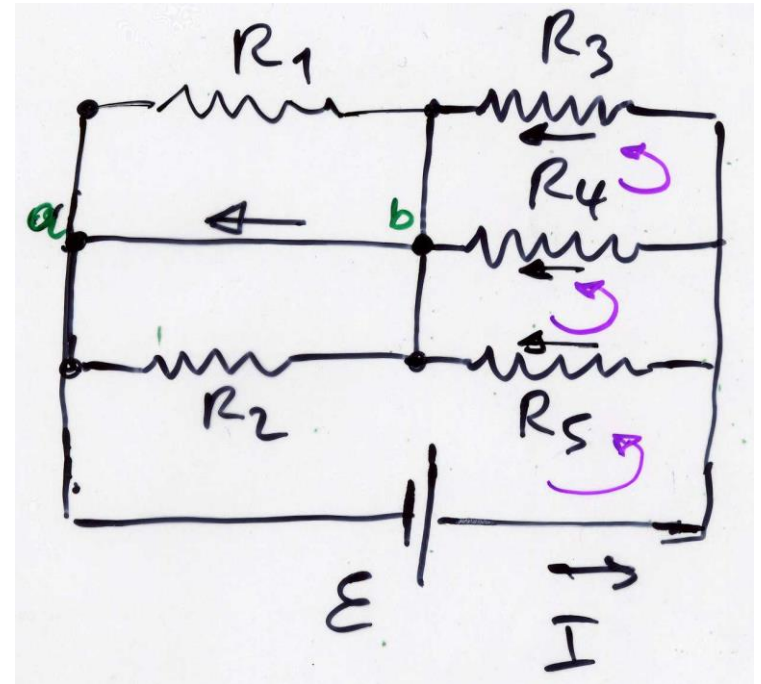
$$\mathcal{E} - i_5 R_5 = 0$$

$$i_5 R_5 - i_4 R_4 = 0 \rightarrow \mathcal{E} - i_4 R_4 = 0$$

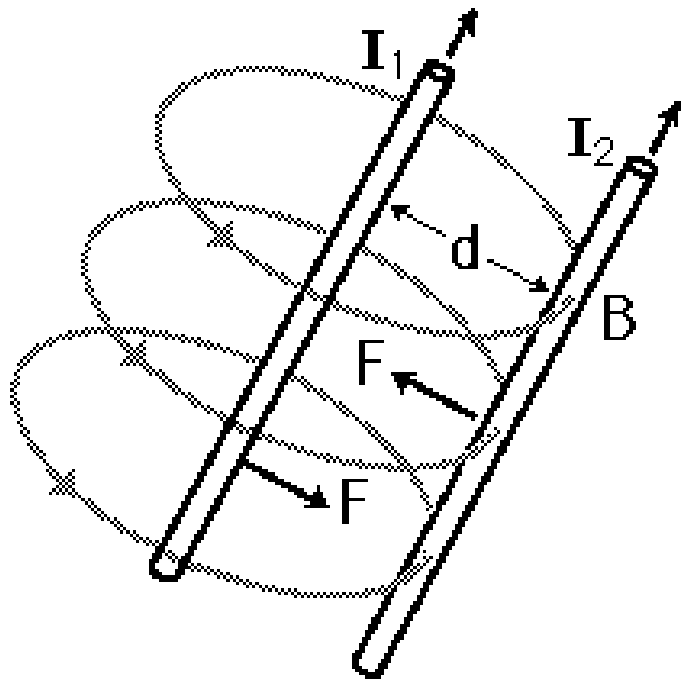
$$i_4 R_4 - i_3 R_3 = 0 \rightarrow \mathcal{E} - i_3 R_3 = 0$$

$$i = i_3 + i_4 + i_5 = \mathcal{E}/R_3 + \mathcal{E}/R_4 + \mathcal{E}/R_5 = \mathcal{E}(1/R_3 + 1/R_4 + 1/R_5)$$

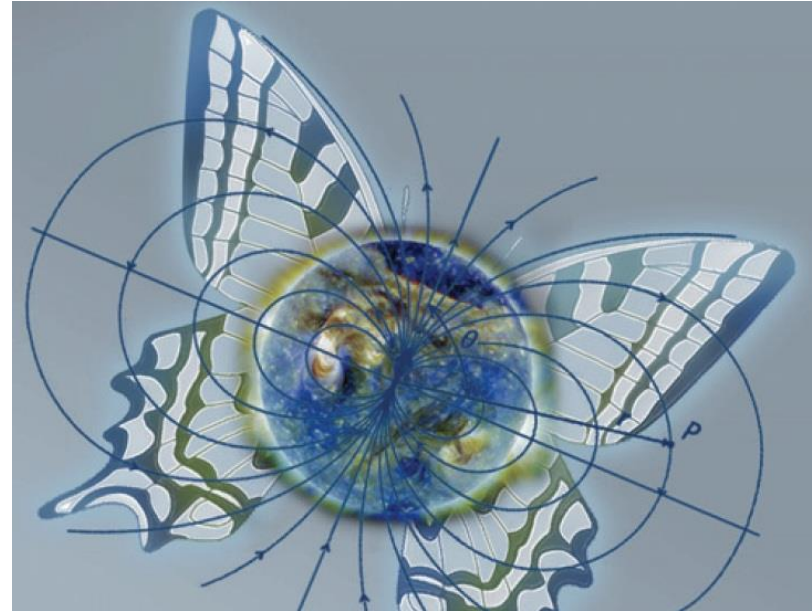
del tutto equivalente ad usare la formula per le resistenze in parallelo:  $1/R_{eq} = 1/R_3 + 1/R_4 + 1/R_5$  e  $i = \mathcal{E}/R_{eq}$



(\*) solo enunciato e  
conclusione



Forces Between  
Currents



## Campo magnetico



# Campo magnetico

---

- esempi
  - campo magnetico terrestre orienta una bussola (ago di acciaio magnetizzato)
  - $\text{FeO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$  (magnetite) attira Fe, Co, Ni ...
  - una corrente elettrica agisce su una bussola (Oersted) o su un'altra  $i$  / limatura di Fe
- campo magnetico intorno a magneti / correnti:  
**B** (= **B(P)**)      **vettore induzione magnetica**  
(eventualmente se ci sono più sorgenti  $\mathbf{B} = \sum_i \mathbf{B}_i$ )
- la presenza di **B** si manifesta con una forza magnetica su altri magneti / correnti / cariche in moto



# Forza magnetica, definizione di B

- es. f. magnetica su una carica in moto, sperimentalmente

$$|\mathbf{F}| \propto |q|, |\mathbf{v}|, |\mathbf{B}|, |\sin\theta|$$

$\mathbf{F} \perp \mathbf{v}, \mathbf{B}$  (forza di Lorentz)

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$$

$$F = qvB\sin\theta$$

$$F = 0 \text{ per } \theta = 0, \pi$$

$$F = \pm F_{\max} = \pm qvB \text{ per } \theta = \pi/2, 3\pi/2$$

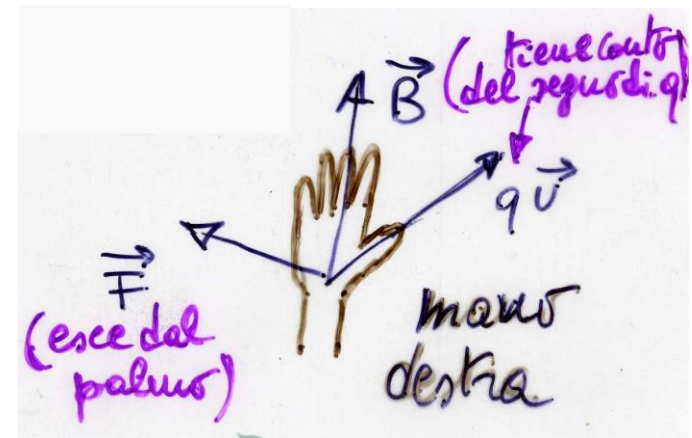
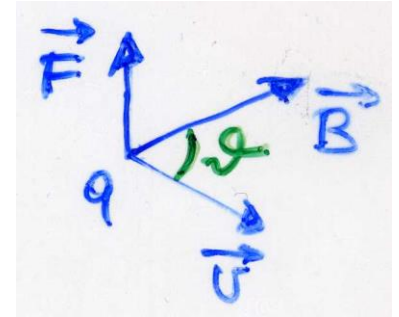
quindi B può essere definito come

$$B = F_{\max}/(qv)$$

**B** vettore induzione magnetica

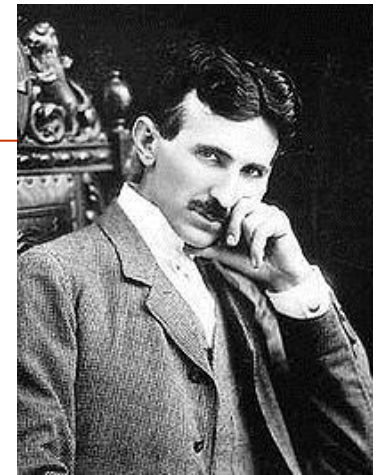
direz.  $\perp \mathbf{F}, \mathbf{v}$ ; verso definito dalla regola della mano dx

NB F non è conservativa (dipende da v, Meccanica p. 92)





# Unità di B



- unità SI: da  $B = F_{\max}/(qv)$ ,  
 $1 \text{ N}/(\text{C}\cdot\text{m}/\text{s}) = 1 \text{ N}/(\text{A}\cdot\text{m}) = 1 \text{ tesla(T)}$

oppure

$$1 \text{ N}/(\text{C}\cdot\text{m}/\text{s}) = 1 (\text{N}/\text{C})/(\text{m}/\text{s}) = 1 (\text{V}/\text{m})/(\text{m}/\text{s}) =$$
$$= 1 \text{ V}\cdot\text{s}/\text{m}^2 = 1 \text{ Wb}/\text{m}^2 \quad [\text{weber(Wb)}]$$

$$\rightarrow 1 \text{ T} = 1 \text{ Wb}/\text{m}^2$$

- il flusso di B attraverso una superficie  $\Phi_B = B_n A$ , dove  $B_n$  è la componente  $\perp$  ad A, si misura in  $\text{Wb} = \text{V}\cdot\text{s}$
- siccome 1 T è grande, si usa anche il gauss(G), unità del sistema CGSem:  $1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$   
ad es.  $|\mathbf{B}_{\text{terra}}| \approx 0.3 \text{ G}$





# Elemento di corrente e forza magnetica(\*)

- n di cariche q per unità di volume  $\approx 10^{29} \text{ m}^{-3}$  (grande)

- velocità di deriva  $v_d \approx 10^{-4} \text{ m/s}$  (piccola)

- in  $\Delta t$ :  $\Delta \ell = v_d \Delta t$ , volume “svuotato” =  $(v_d \Delta t)A$ ,  $\Delta Q = n(v_d \Delta t A)q$  traversa A in  $\Delta t$ ,  
 $i = \Delta Q / \Delta t = n v_d A q$

$$\rightarrow i \Delta \ell = (n A \Delta \ell q) v_d = \Delta Q v_d$$

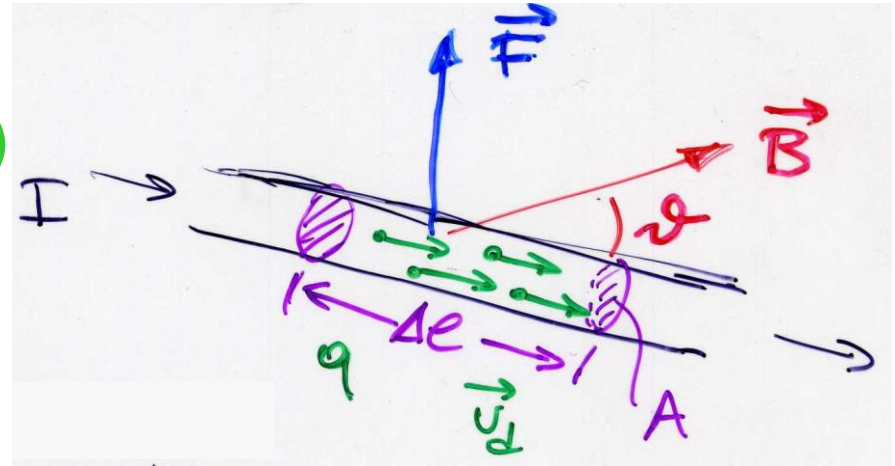
un elemento di corrente  
equivale ad una carica in moto

- f. magnetica su un filo lungo  $\ell$  percorso da corrente  
 $\Delta F = (n \Delta \ell A q) v_d B \sin \theta = i B \sin \theta \Delta \ell$

filo rettilineo, B uniforme:

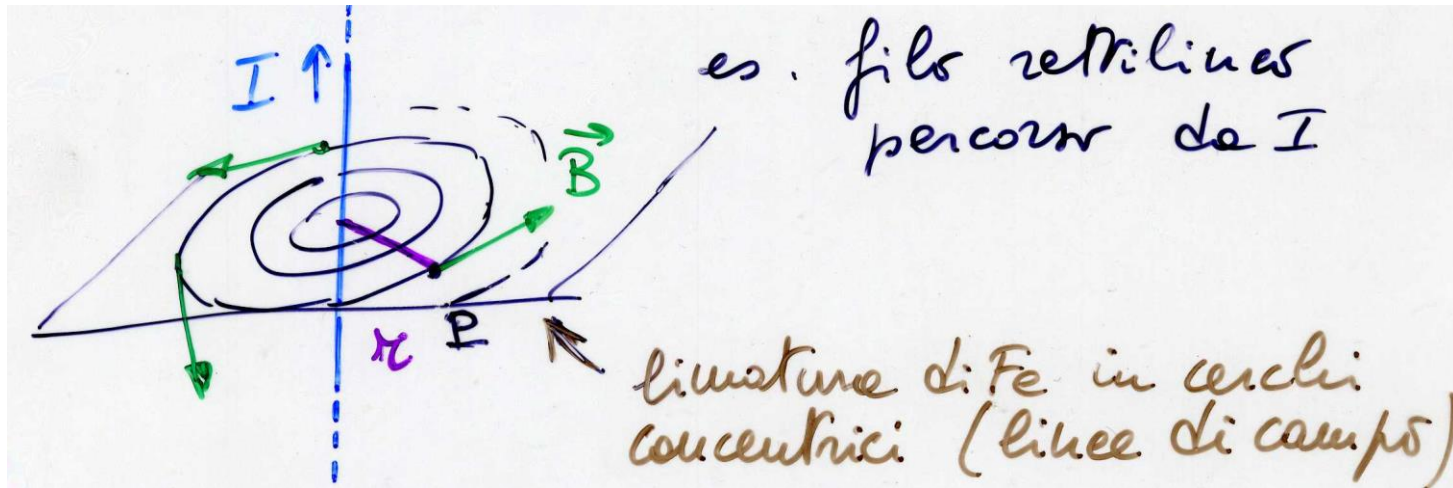
$$F = i B \ell \sin \theta$$

es.  $B = 0.01 \text{ T}$ ,  $\ell = 1 \text{ m}$ ,  $i = 10^2 \text{ A}$ ,  $\theta = 90^\circ \rightarrow F = 1 \text{ N}$



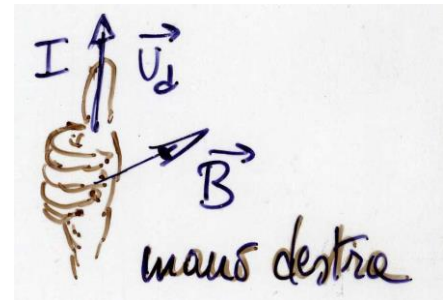


# Sorgenti di B, legge di Biot-Savart



- $|\mathbf{B}| \propto i, 1/r$ , mezzo interposto
  - $B = (\mu_0/2\pi) i/r$  (nel vuoto)
- $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A}$  (o H/m)

$$\mathbf{B} \perp \mathbf{v}_d$$



$$[\text{Tm/A} = \text{Wb}/(\text{Am}) = \text{N/A}^2 = (\text{Vs})/(\text{Am}) = \Omega\text{s/m} = \text{henry/m}]$$

$\mu_0$  permeabilità magnetica del vuoto

$$\text{es. } i=10^2 \text{ A, } r=1 \text{ cm} \rightarrow B = 2 \cdot 10^{-7} \cdot 10^2 / 10^{-2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ T} = 20 \text{ G}$$

NB per tutti i materiali, esclusi ferromagnetici, si ha  $\mu \sim \mu_0$  (entro  $\sim 10^{-3}$ )

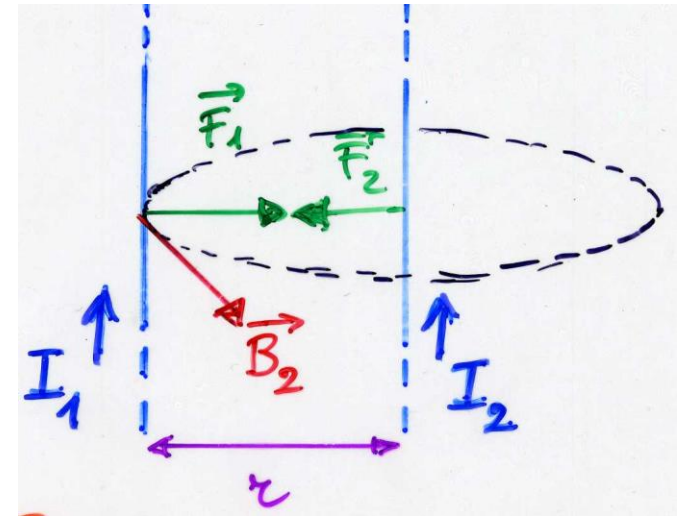
# Forza fra correnti parallele

- due correnti parallele: una produce  $B$ , l'altra sente la  $F$  (e viceversa)
- $B_2 = (\mu_0/2\pi) i_2/r$   
 $F_1 = i_1 B_2 \ell$  ( $\theta = \pi/2$ )

$$F_1/\ell = (\mu_0/2\pi) i_1 i_2/r \quad (= F_2/\ell)$$

la f. per unità di lunghezza è  $\propto$  alle correnti, ad  $1/r$  e dipende dal mezzo interposto: correnti parallele si attraggono, c. antip. si respingono

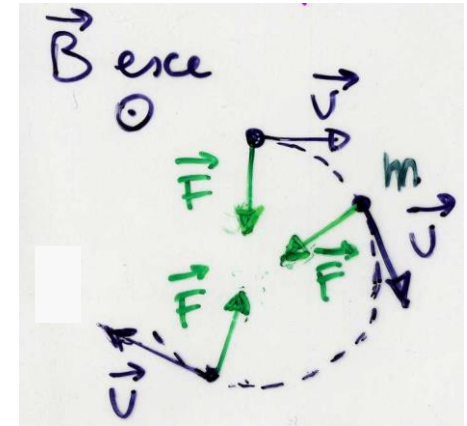
- def. operativa di ampère: due correnti parallele di 1 A distanti 1m, esercitano una forza di  $2 \cdot 10^{-7}$  N/m l'una sull'altra



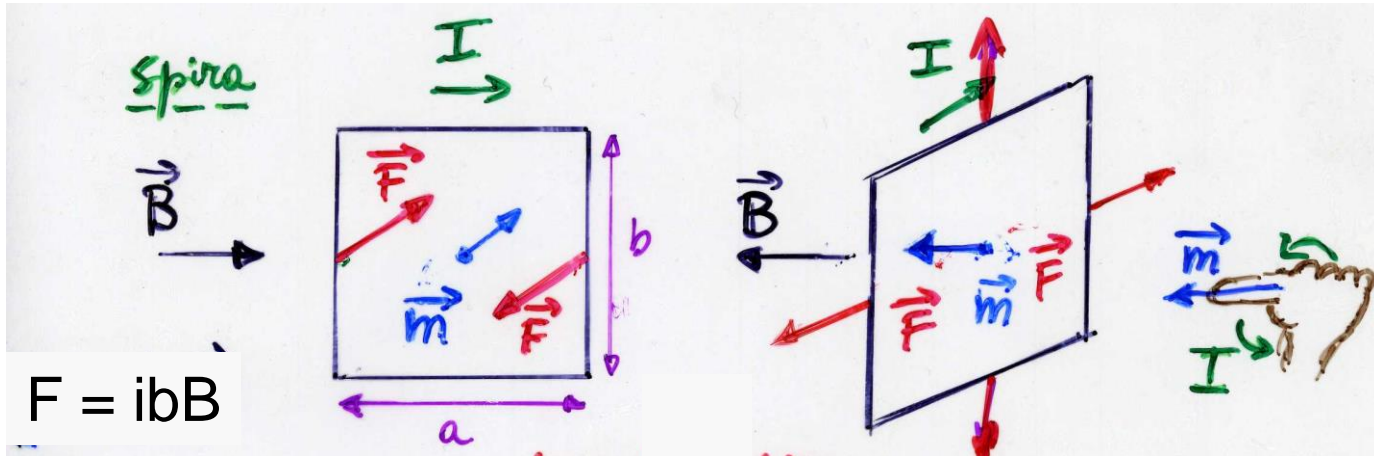


# Moto di cariche in campo magnetico

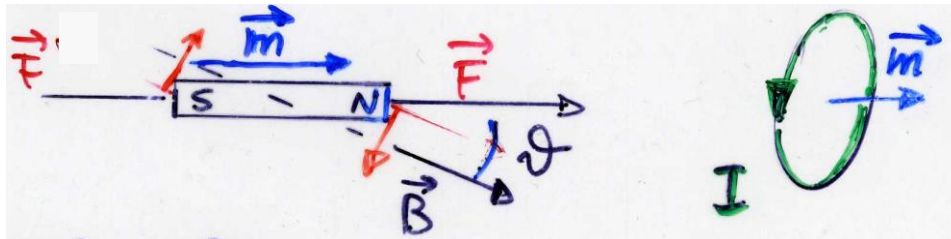
- in  $\mathbf{B}$ :  $\mathbf{F}$  sempre  $\perp \mathbf{v} \rightarrow \mathcal{L} = 0$   
 $K = \frac{1}{2}mv^2 = \text{cost} \quad |\mathbf{v}| = \text{cost}$   
varia solo la direzione di  $\mathbf{v}$
- caso semplice:  $\mathbf{v} \perp \mathbf{B} \rightarrow$  orbita circolare  
(altrimenti elicoidale); dal II principio  
 $ma = mv^2/r = F = qvB \quad (\text{vedi p. 55})$   
 $r = mv/(qB)$   
è il raggio dell'orbita del moto circolare uniforme;  
 $\nu = v/(2\pi r) = qB/(2\pi m)$   
frequenza di ciclotrone (indipendente da  $v$  e  $r$ )



# Momenti di forza su spire e magneti



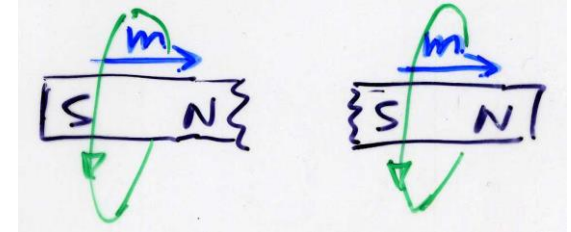
- momento magnetico:  $|m| = iab = iA$       unità SI:  $\text{Am}^2$
- $B \parallel$  alla spira:  $M = Fa = iabB = mB$
- $B \perp$  spira:  $M = 0$  (equilibrio, f. tendono a deformare la spira)
- in generale:  $\mathbf{M} = \mathbf{m} \wedge \mathbf{B}$        $M = mB \sin \theta$
- bobina,  $N$  spire:  $m = NiA$
- magneti:





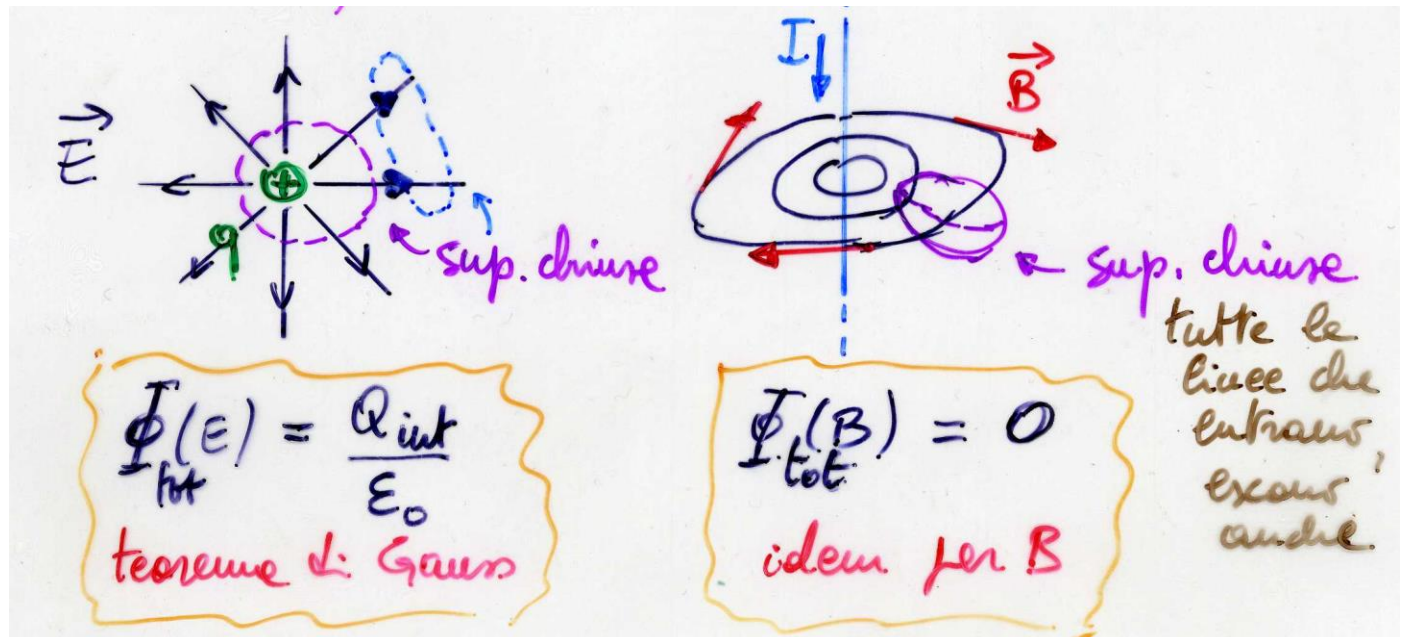
# Teorema di Gauss per $\mathbf{B}$

- un magnete permanente può essere considerato come un insieme di spire (moti orbitali di  $e^-$  spaiati, spin): dividendolo otteniamo due magneti  $\rightarrow$  in natura non trovano poli magnetici isolati



- $\rightarrow$  le linee di  $\mathbf{B}$  sono linee chiuse, non sono 'cariche' sorgenti (come nel caso di  $\mathbf{E}$ ):  $\Phi(\mathbf{B})$  attraverso

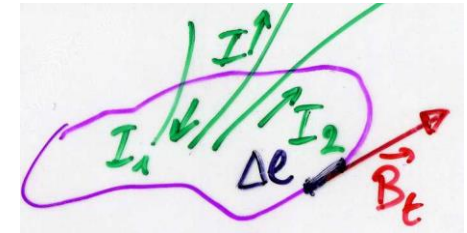
$\forall$  superficie chiusa è sempre uguale a 0 (teorema di Gauss per  $\mathbf{B}$ )





# Teorema di Ampère

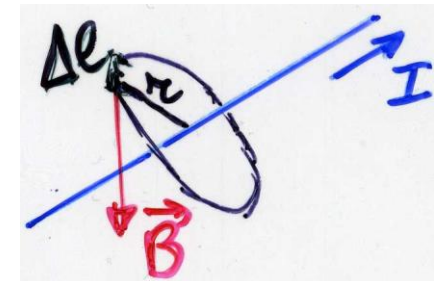
- B origina da una corrente → legge o teorema di Ampère (o della circuitazione)



$$\sum_{l.c.} B_t \Delta l = \mu_0 i_{tot} \quad (\int \mathbf{B} \times d\mathbf{l} = \mu_0 i_{tot})$$

somma (integrale) di  $B_t$  su una linea chiusa,  $i_{tot}$  somma correnti concatenate con l.c.:  
permette di trovare B se il problema è simmetrico  
NB circuitazione  $\neq 0$  implica che B non è conservativo  
(Meccanica p. 94)

- **es. 1 filo rettilineo**: sappiamo che le linee di B sono chiuse → per simmetria circonferenze  $B(r) = B_t = \text{cost}$ ,  
 $\sum_i B_t \Delta l_i = B_t \sum_i \Delta l_i = B_t 2\pi r = \mu_0 i$   
→  $B(r) = (\mu_0/2\pi) i/r$

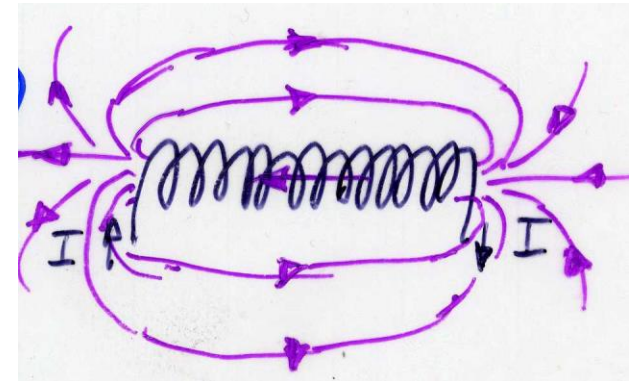


e si ritrova la legge di Biot-Savart



# Solenoidi

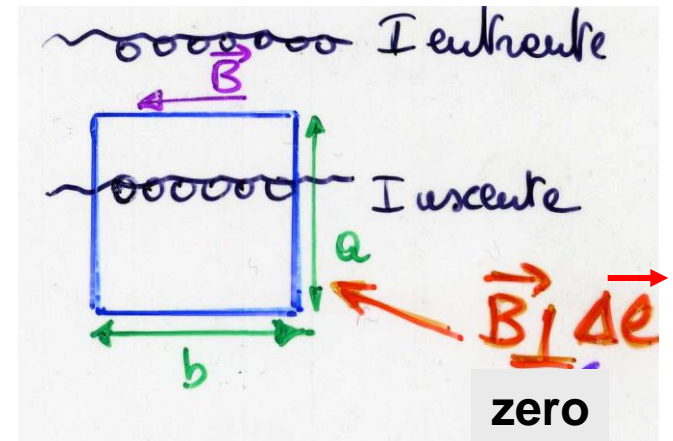
- **es. 2 solenoide**: se è abbastanza lungo,  $\mathbf{B}$  sarà  $\parallel$  all'asse all'interno e debole all'esterno
- I.c.: un rettangolo di lati  $a, b$ ;  $\mathbf{B}$  è sempre  $\perp$  ai lati  $a$ , se  $a \rightarrow \infty$  rimane solo il contributo  $bB$  all'interno, il resto è zero



$$\sum_i \mathbf{B}_t \Delta \ell_i = bB + 0 = \mu_0 N b i / \ell$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 N i / \ell \quad \text{solenoidi}$$

dove  $N$  è il numero di spire e  $\ell$  la lunghezza del solenoide ( $\mathbf{B}$  risulta uniforme all'interno, lontano dagli estremi)

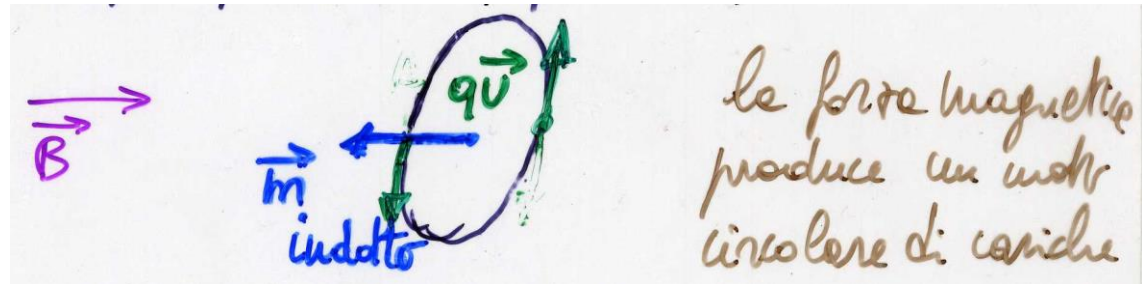






# Proprietà magnetiche dei materiali

- diamagnetismo,  $\mathbf{m}$  indotto opposto a  $\mathbf{B}$  (sempre presente, piccolo)



$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0(1 + \chi_m) = \mu_r \mathbf{B}_0$$

con  $\mathbf{B}_0$  nel vuoto;  $\chi_m \sim -10^{-5}$  (metalli)  $-10^{-8} \div -10^{-9}$  (gas) è la suscettività magnetica,  $\mu_r$  la permeabilità magn. relativa

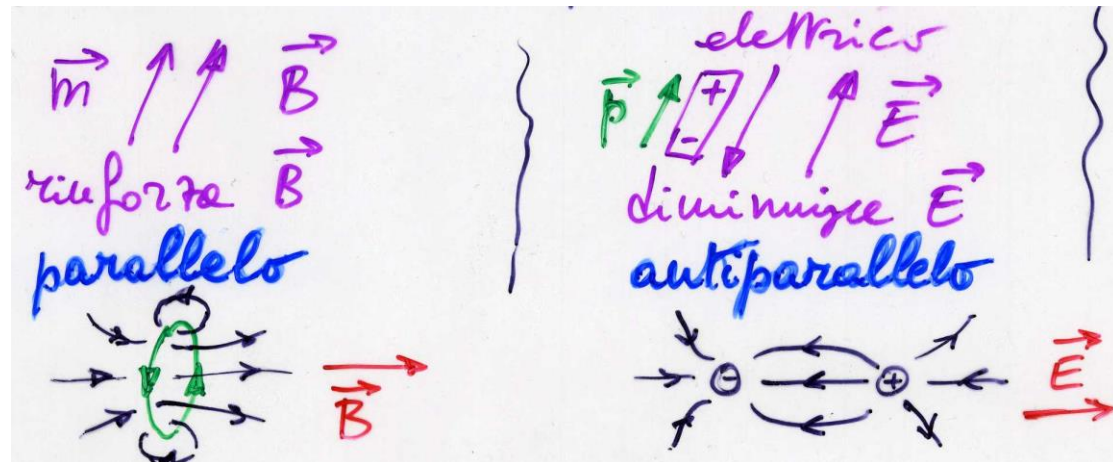
- paramagnetismo, ferromagnetismo (materiali con  $\mathbf{m}$  permanenti,  $e^-$  spaiati, domini magnetici)

param.: debole, +vo

ferrom.: forte,  $\chi = \chi(B_0)$ ,

solo per  $T < T_{\text{curie}}$ ,

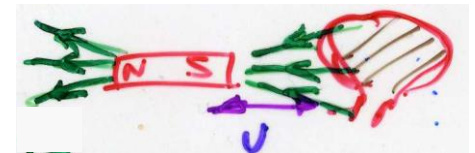
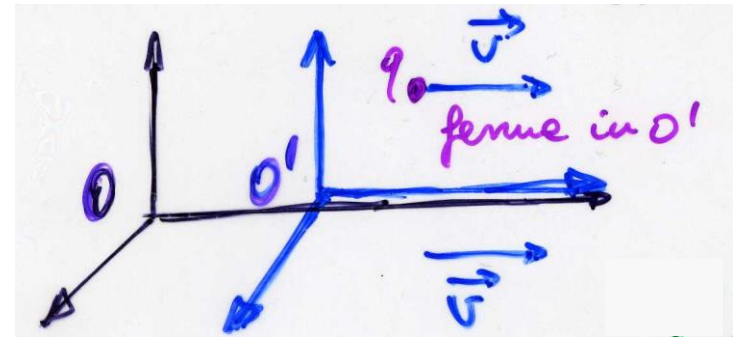
domini allineati





# Induzione e.m.

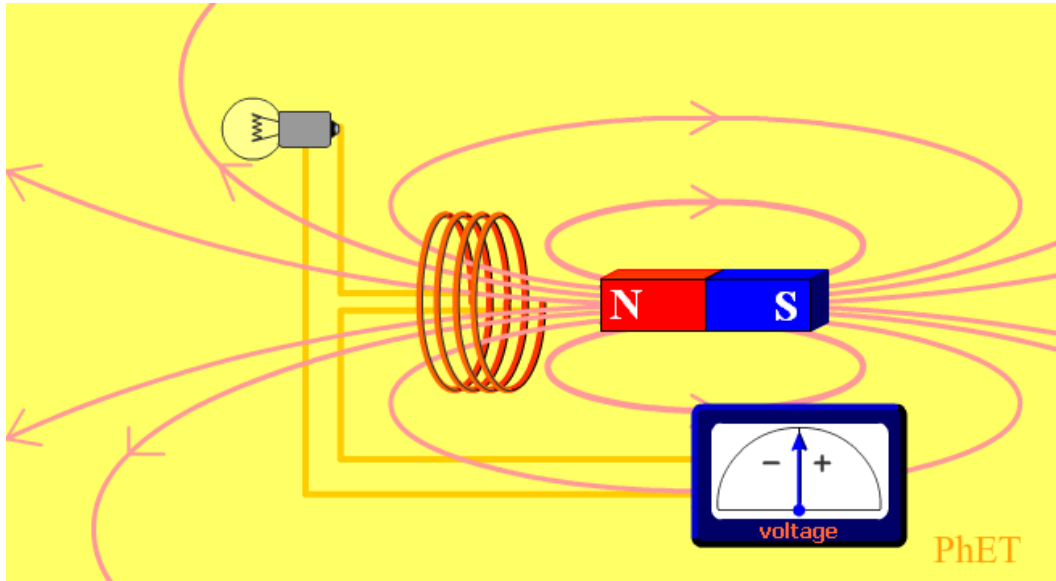
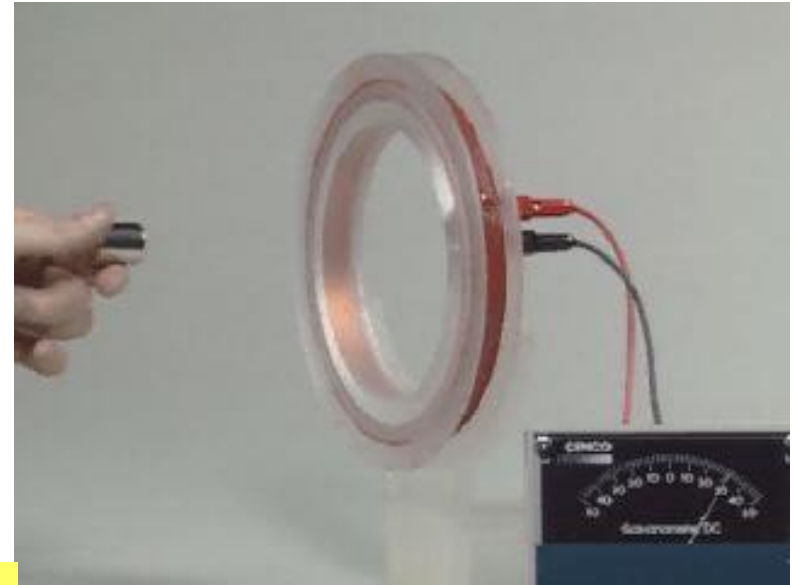
- principio di relatività: due osservatori in moto relativo rettilineo e uniforme devono poter scrivere le stesse leggi fisiche (Galilei)
- O vede  $\mathbf{E}$  &  $\mathbf{B}$ ; O' vede solo  $\mathbf{E}$   
→ non c'è simmetria (se  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$  non sono legati fra loro)
- alternativamente, siccome
  - ( $\mathbf{E}$ ) cariche in moto →  $\mathbf{B}$per simmetria (non completa, non  $\exists$  cariche magnetiche!)
- ( $\mathbf{B}$ ) variabile → accelerazione di cariche
- fem indotta
  - magneti in moto verso una spira (o viceversa)
  - spira 1 percorsa da  $i$  in moto verso spira 2
  - $i$  variabile nella spira 1 vista dalla spira 2 (o da se stessa)





# Induzione e.m./2

- il moto relativo di un magnete e di una spira produce una tensione (**corrente**) sulla spira aperta (**chiusa**)
- il magnete può essere sostituito da una spira dove circola una corrente (che genera un  $B$ )



- con due spire immobili basterà variare la corr. (quindi  $B$ ) in una per produrre nell'altra una tensione (**corrente**) se aperta (**chiusa**) e una corr. in se stessa



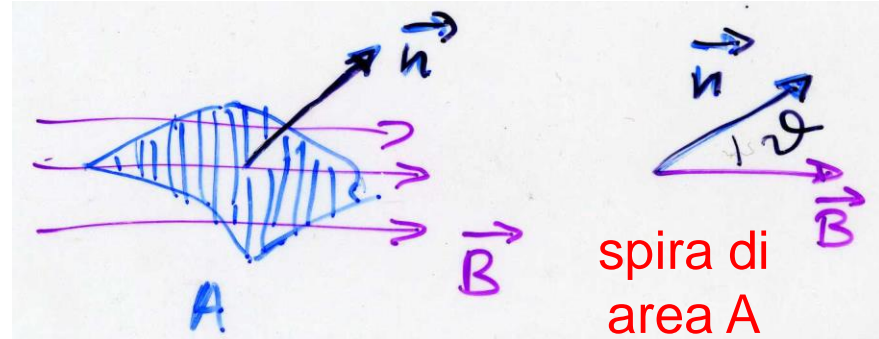
# Legge di Faraday-Neumann-(Lenz)

- in ciascun caso varia  $\Phi_m = \Phi(\mathbf{B})$  attraverso una  $\forall$  superficie  $A$  delimitata dalla spira

$$\Phi_m = B_n A = BA \cos \theta$$

$$\Delta \Phi_m = B \Delta A \cos \theta$$

in genere possono variare  $\mathbf{B}$ ,  $A$ ,  $\theta$



- $N$  spire (bobina):  $\Phi_m = NB_n A = NBA \cos \theta$
- unità SI del flusso di  $B$ :  $1 \text{ weber (Wb)} = 1 (\text{Wb/m}^2) \cdot \text{m}^2$
- quando  $\Phi_m$  varia in  $t$  su  $A$ , si ha una fem indotta ai capi della spira (aperta)

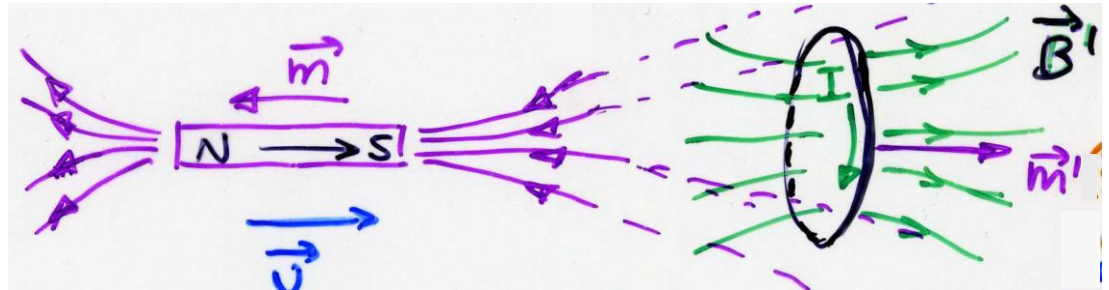
$$\mathcal{E} = -\Delta \Phi_m / \Delta t$$

(un  $B$  statico non fa lavoro, uno variabile sì)

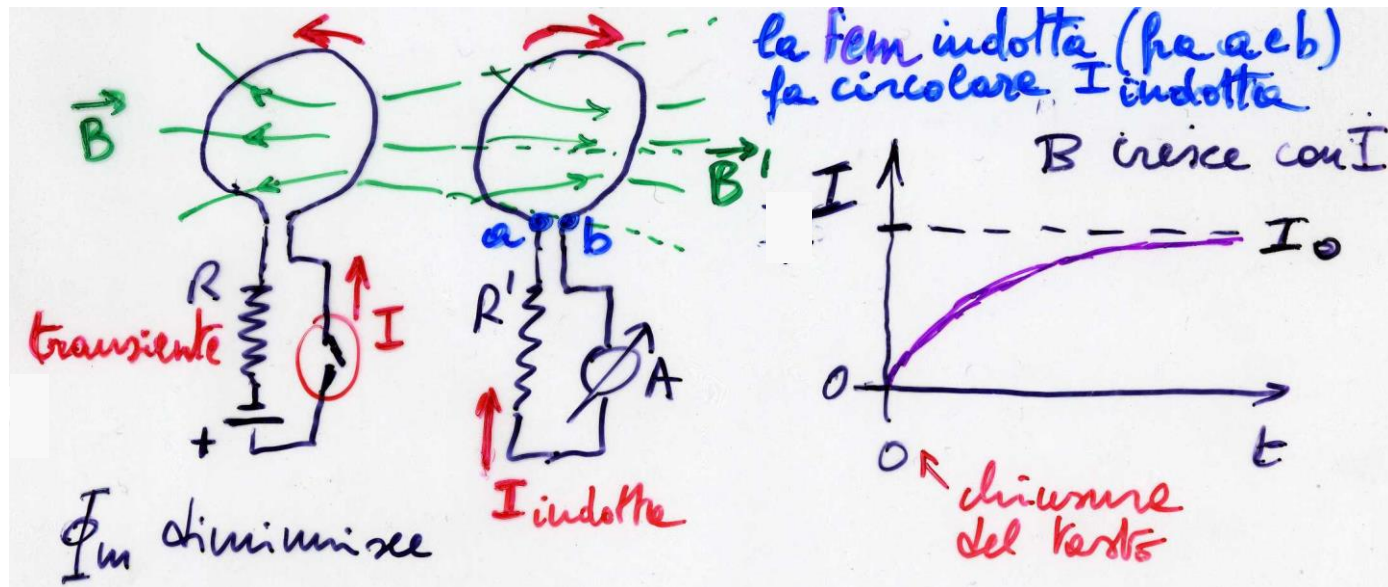
$$\text{unità SI: } 1 \text{ V} = 1 \text{ Wb/s} \quad \rightarrow \quad 1 \text{ Wb} = 1 \text{ Vs}$$

# Legge di (Faraday-Neumann-)Lenz

- Lenz: la fem indotta si oppone al  $\Delta\Phi_m$  (cons. energia)  $\rightarrow$  segno  $-v_0$ ; es.:  $\Phi_m$  diminuisce, la  $i$  indotta produce un  $\mathbf{B}' \rightarrow \Phi'_m$  in senso opposto, ossia risulta una  $\mathbf{F}$  che si oppone al moto

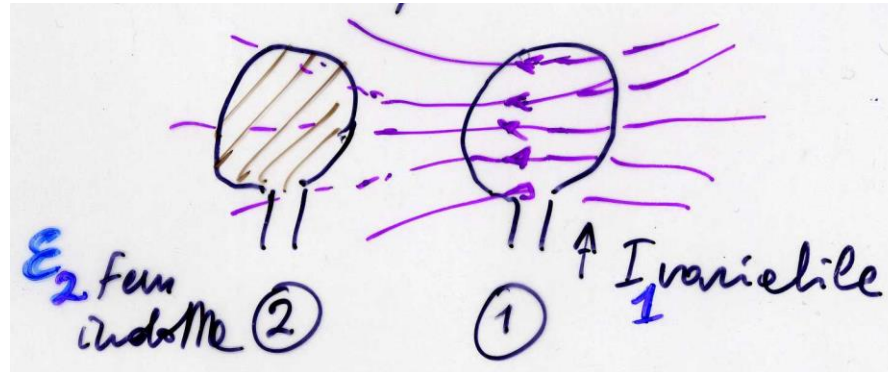


- Lenz: fem indotta fra due bobine, la corrente non cresce istantaneamente. nella 1<sup>a</sup> spira



# Mutua induzione

- nel caso di circuiti  $B \propto i$ ,  $\Delta\Phi_m$  (nel secondario)  $\propto \Delta i$  (nel primario)



- $$\mathcal{E}_2 = -\Delta\Phi_2/\Delta t = -M_{21}\Delta i_1/\Delta t$$

$$\mathcal{E}_1 = -\Delta\Phi_1/\Delta t = -M_{12}\Delta i_2/\Delta t$$

$$M = M_{21} = M_{12} \text{ mutua induttanza (dipende dalla geometria dei circuiti)}$$
- unità SI: 1 henry(H) = 1 Wb/A = 1 V.s/A = 1  $\Omega$ s

# Autoinduzione ed induttanza

- consideriamo un solo circuito,  
 $B \propto i \rightarrow$  variazione di  $E \rightarrow$   
 $\Phi_m$  variabile  $\rightarrow$  fem opposta  
 alla prima variazione di  $i$

$$\Phi_m = Li$$

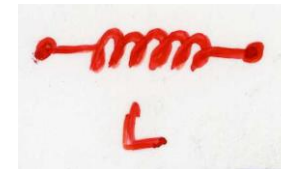
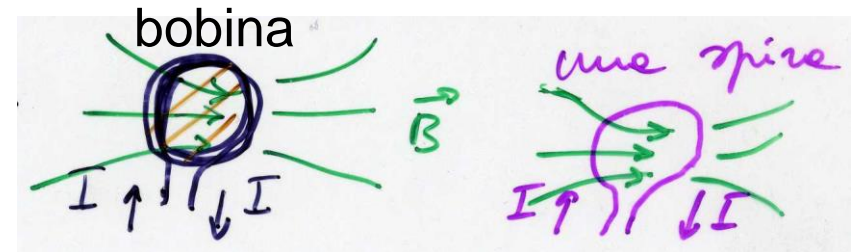
$L$  - autoinduzione o induttanza

$$\mathcal{E} = -\Delta\Phi_m/\Delta t = -L\Delta i/\Delta t$$

- es. solenoide

$$B = \mu_0 Ni/\ell \rightarrow \Phi_m = NBA = \mu_0 N^2 Ai/\ell$$

$$L = \Phi_m/i = \mu_0 N^2 A/\ell$$





# Energia immagazzinata nell'induttanza

- per far passare  $\Delta q$  attraverso L

$$\Delta \mathcal{L} = -\mathcal{E} \Delta q = L(\Delta i / \Delta t) i \Delta t = Li \Delta i$$

energia necessaria a creare un  $B(t)$  in L (vedi p. 28)

$$K = \mathcal{L} = \frac{1}{2} Li^2$$

(cfr. condensatore  $W = \frac{1}{2} q^2 / C$ ) – un campo magnetostatico non può fare lavoro, una variabile sì

- **es. solenoide**

$$B = \mu_0 Ni / \ell \rightarrow i = B \ell / (\mu_0 N); \quad L = \mu_0 N^2 A / \ell$$

$$K = \frac{1}{2} (\mu_0 N^2 / A / \ell) [B \ell / (\mu_0 N)]^2 = \frac{1}{2} (B^2 / \mu_0) (A \ell)$$

energia magnetica per unità di volume

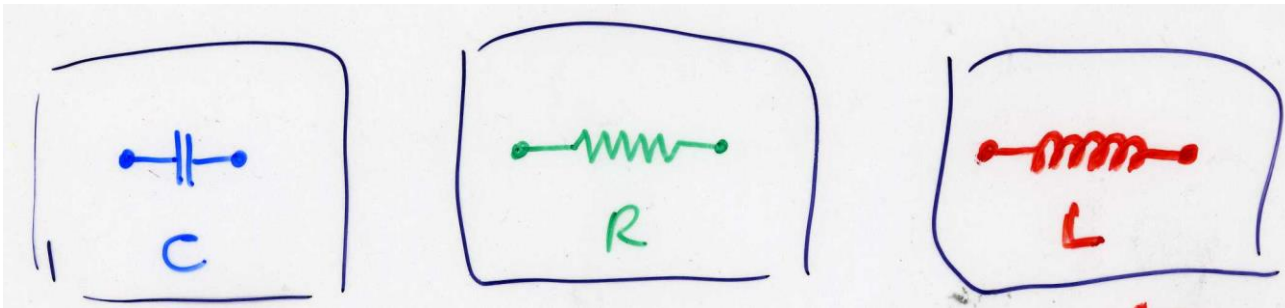
$$\eta_m = \frac{1}{2} B^2 / \mu_0.$$

$$(cfr. \eta_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2)$$





# Lavoro ed energia nei circuiti elettrici



- |  |   |  |
|--|---|--|
| $V = q/C$  | $V = Ri$<br>$(i = dq/dt)$                         | $V = L di/dt$<br>$(di/dt = d^2q/dt^2)$         |
| $\mathcal{L} = q^2/(2C)$<br>energia di E           | $\mathcal{L} = Ri^2t$<br>calore<br>(dissipazione) | $\mathcal{L} = Li^2/2$<br>energia di B         |
| $\eta_e = \epsilon_0 E^2/2$<br>[J/m <sup>3</sup> ] |   | $\eta_m = B^2/(2\mu_0)$<br>[J/m <sup>3</sup> ] |
- |             |                       |                     |
|-------------|-----------------------|---------------------|
| circuito RC | → i esponenziale in t | τ = RC (transiente) |
| “ RL        | → i “ “ “             | τ = L/R “           |
| “ LC        | → i oscillante        | T = 2π/ω = 2π√(LC)  |



---

# Fine dell'elettromagnetismo