



---

# Elettromagnetismo



Corso di Fisica per CQPS  
AA 2008/09



# Elettrostatica



## Carica elettrica, preliminari

---

- la materia è costituita da atomi ( $\emptyset \sim 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ )
- atomo: nucleo ( $\emptyset \sim 10^{-15} \text{ m}$ ), composto di p e n, attorno a cui ruotano gli elettr., in numero uguale ai p
- forza all'interno degli a.: attrattiva, gli el. che girano intorno al nucleo sono trattenuti da una f. centripeta
- forza fra a.: si osserva sperim. che solidi e liquidi sono quasi incompressibili  $\rightarrow$  gli a. non possono essere avvicinati troppo: f. repulsiva

$\longrightarrow$  non si può trattare della f. gravit., sempre attrattiva,

$\longrightarrow$  nuova f. attrattiva fra el. e p, repulsiva fra el. ed el. (o fra p e p), nulla fra p e n (o fra el. e n), dovuta a una carica elettrica posseduta da el. e p, non da n



# Carica elettrica

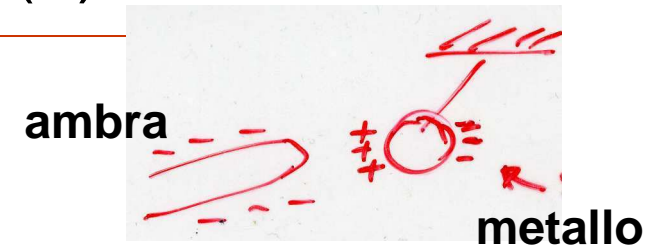
---

- f. elettrostatica: per avere sia attrazione che repulsione occorrono cariche di due segni + e –, quelle di segno opposto si attraggono, mentre quelle di segno uguale si respingono
- la materia ordinaria è neutra, contiene cioè tante cariche +ve quante –ve, e non esercita azioni elettrostatiche
- quando però ad un corpo si tolgono o si aggiungono cariche, le f. e.s. si manifestano: elettrizzazione ad es.
  - strofinando con una pelliccia o panno di lana/seta una bacchetta di ambra (ηλεκτρον in greco), ebanite, zolfo, vetro, plexiglas, ceramica ... si può attirare una pallina leggera sospesa ad un filo etc.
  - togliendosi una camicia sintetica ci si sente ‘elettrici’

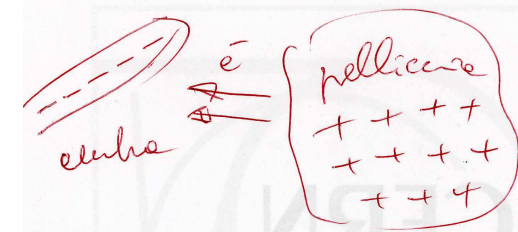


## Carica elettrica (2)

- si osserva
  - un'azione a distanza (vicinanze!)
  - elettrizzazione diversa: per convenzione (Bj. Franklin) –va quella dell'ambra, +va quella del vetro



- studio sperim. dell'elettrizzazione (triboelettricità):
  - **induzione e.s.**, un corpo carico attira uno scarico
  - la carica el. si può trasmettere per contatto, c'è passaggio da un corpo ad un altro: **si conserva**



- **corpi isolanti: l'elettrizzazione è localizzata**
- **corpi conduttori: “ si propaga**
- **in un conduttore in equilibrio, la carica si trova in superficie**



# Carica elettrica e forza elettrostatica



- f. elettrostatica  $\propto$  carica (al prodotto delle cariche che interagiscono) (C. Coulomb)
- “  $\propto 1/r^2$  “

- $\exists e^-$ , carica  $-e = -1.60 \cdot 10^{-19}$  C (J.J. Thomson)



- $\exists p$ , “  $+e = -(-e)$  “

- la carica è quantizzata  $\pm Ne$  con N intero (quarks a parte,  $\pm 1/3 e$ ,  $\pm 2/3 e$ ) (R.A. Millikan)



- gli atomi sono neutri,  $+Ze$  nel nucleo,  $-Ze$  nella nuvola elettronica (E. Rutherford e N. Bohr)

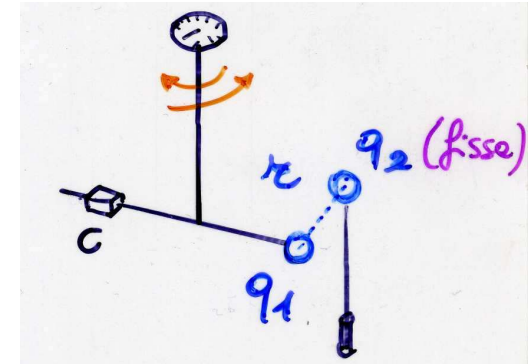
- gli  $e^-$  interni sono ben legati, quelli esterni più asportabili



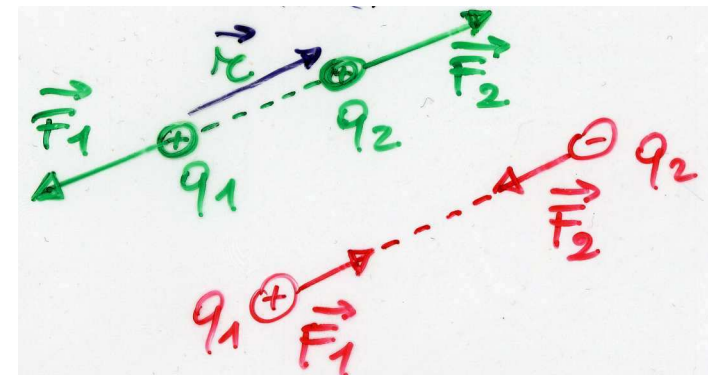


# Forza elettrostatica, legge di Coulomb

- (\*) bilancia di torsione, cariche ~ puntif. ( $r_{\text{sferette}} \ll \text{distanza}$ ): es. con sferette uguali, per contatto,  $q, q/2, q/4 \dots$  per induzione (e messa a terra),  $-q, -q/2, -q/4 \dots \rightarrow$  'azione a distanza' lungo  $r$



- forza  $F = kq_1q_2/r^2$  (cfr. grav.)
  - diretta lungo  $r$
  - attrattiva fra car. di segno + -
  - repulsiva fra car. di segno ++, --
  - $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 8.99 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$  con  $q$  in coulomb (C), nel SI, caratterizza il mezzo: vuoto (~aria)





## Confronto fra forze e.s. e gravit.

- nel SI in realtà si def. operat. l'unità di corrente (vedi oltre): 1 ampère (A) = 1 C/s → coulomb
- carica dell'el.  $-e = -1.60217733(49) 10^{-19} \text{ C}$
- f. e.s. vs f. gravitazionali, es. in modulo fra due p

$$- F_e = ke^2/r^2 \quad \propto r^2 \quad \text{nel rapporto}$$

$$- F_g = Gm_p^2/r^2 \quad \propto r^2 \quad \text{"}$$

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{ke^2}{Gm_p^2} = \frac{8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2} \times (1.60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^2 \times (1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})^2} = 1.24 \times 10^{36}$$

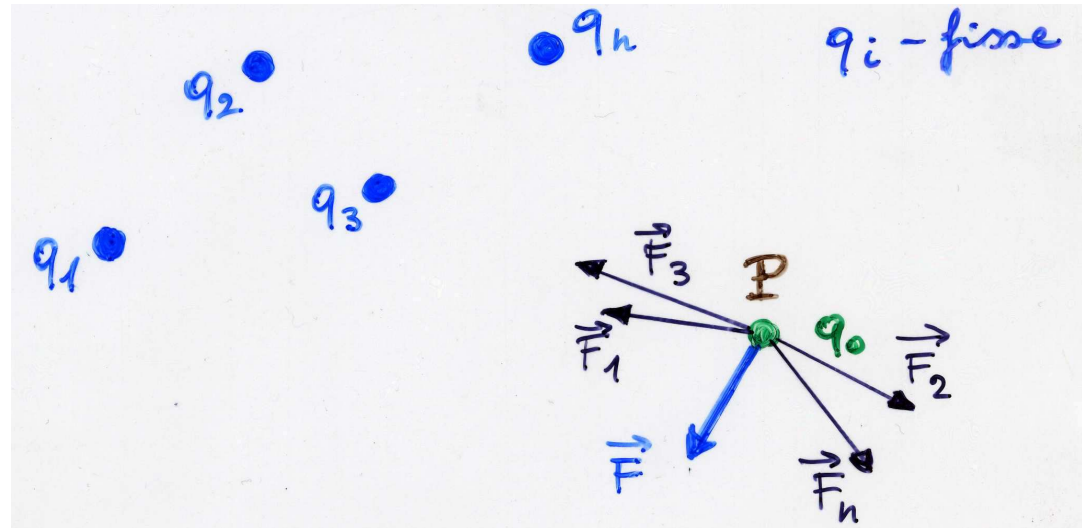
- rapporto enorme → gravitazione trascurabile a livello atomico e subatomico
- NB  $\epsilon_0 = 8.85 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{Nm}^2)$  costante dielettrica del vuoto ( $\epsilon$  - materiale;  $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0 > 1$  – relativa, vedi oltre)





# Campo elettrico

- dato un sistema di  $n$  cariche fisse, una carica  $q_0$  sentirà una forza  $\mathbf{F} = \sum_i \mathbf{F}_i$
- distribuzione di  $q_i$   
→  $\mathbf{F}$  nel punto  $P$
- ciascuna  $F_i \propto q_0$   
→  $F \propto q_0 \rightarrow = E q_0$
- campo elettrico



$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/q_0$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(P)$$

(si ottiene muovendo  $q_0$ )

– unità SI: newton/coulomb = N/C

- se il campo elettrico è noto

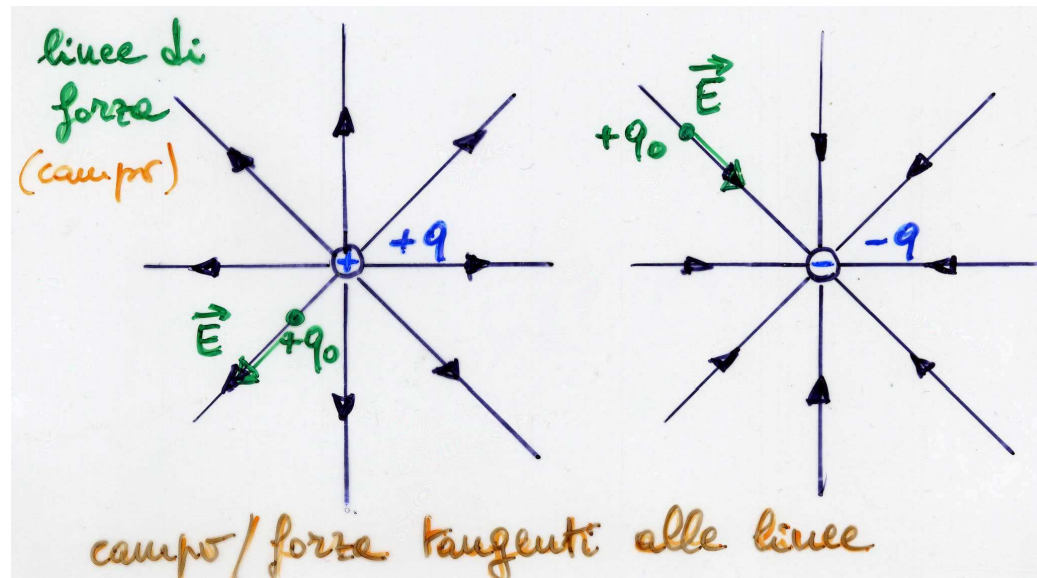
$$\mathbf{F}(P) = q\mathbf{E}(P)$$

è la f. che agisce in  $P$  su  $q$



# Campo elettrico di una carica puntiforme

- $q$  nell'origine,  $q_0$  a distanza  $r$ : componente di  $\mathbf{F}$  lungo  $r$   
 $F = k q q_0 / r^2$   
 $\rightarrow E = F / q_0 = (k q q_0 / r^2) / q_0 = k q / r^2 = (1/4\pi\epsilon_0) q / r^2$



- campo el. rappresentato dalle linee di forza: più dense = campo più intenso



## Linee di forza (o di campo) (\*)

- es. carica puntif. circondata da una sfera di raggio  $r$  ( $A=4\pi r^2$ )
- il n. di linee di  $\mathbf{E}$  che traversa  $A$  è lo stesso  $\forall r$

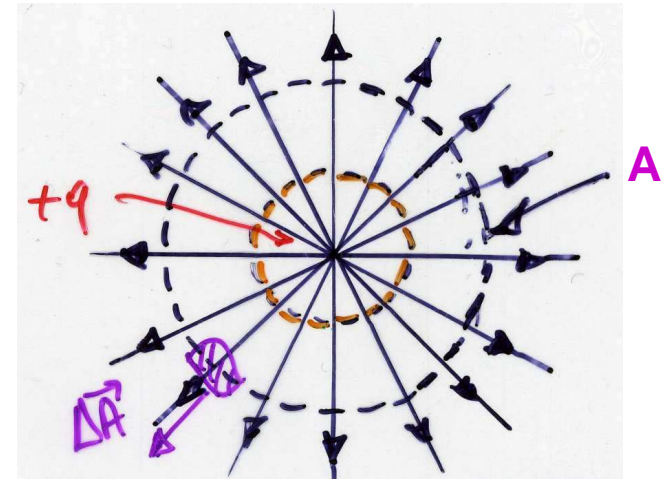
- flusso di  $\mathbf{E}$

$$d\Phi = E dA \quad (\text{sono paralleli})$$

$$\Phi = EA = (kq/r^2)4\pi r^2 = 4\pi kq = q/\epsilon_0 \quad \forall r$$

- linee di forza

- $N \propto AE$       densità di linee  $N/A \propto E \propto q$
- linee simmetriche, carica puntif.
- originano da  $+q$ , finiscono in  $-q$ : non si intersecano mai, esclusi i poli (le cariche o sorgenti)

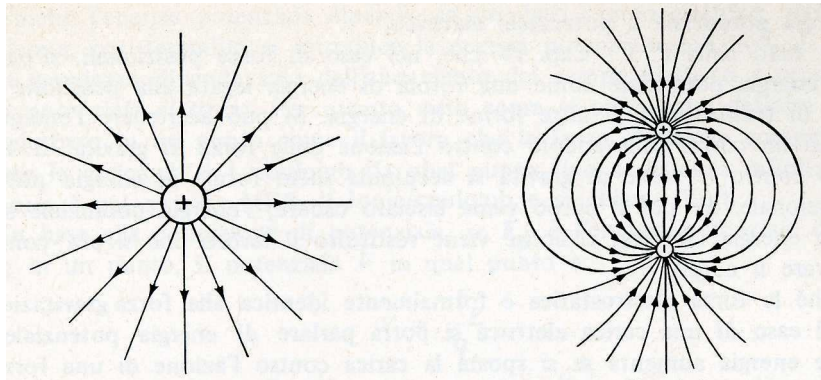


(\*) facoltativo

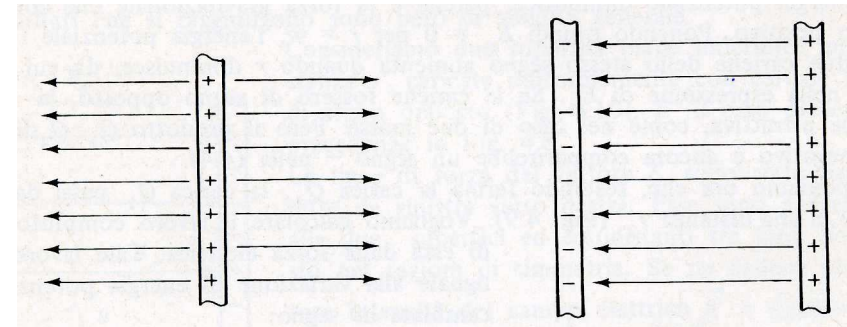


## Linee di forza (o di campo) (2)

- distribuzioni di cariche e linee di campo

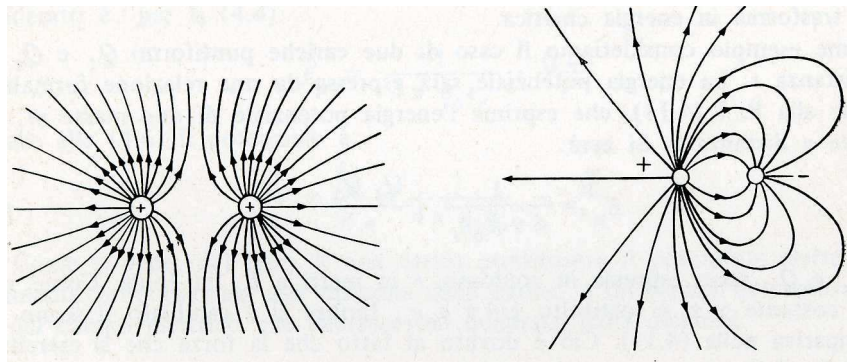


**dipolo,  $+q, -q$**



**piano carico**

**2 piani carichi**



**due cariche  $+q$**

**$+2q, -q$**



## Teorema di Gauss(\*)

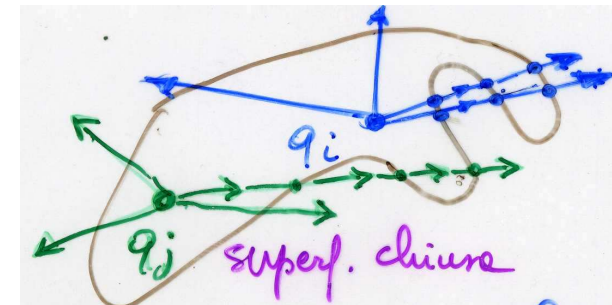
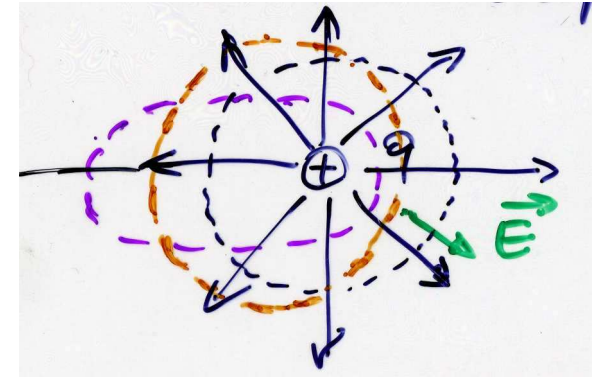
- es. carica puntif.: abbiamo già visto  
 $\Phi(E) = EA = q/\epsilon_0$  sfera,  $\forall r$   
la proprietà è vera per  $\forall$  superficie chiusa con  $q$  al suo interno; si vede che resta vera deformando comunque la superficie

$$\Phi_{\text{tot}} = q_{\text{int}}/\epsilon_0$$

**tot** - sup. chiusa, **int** – somma algebrica delle  $q$  all'interno

(**teorema di Gauss**, una delle leggi fondamentali dell'e.m.)

- viceversa, con simmetria, date le  $q$  si può ricavare **E**



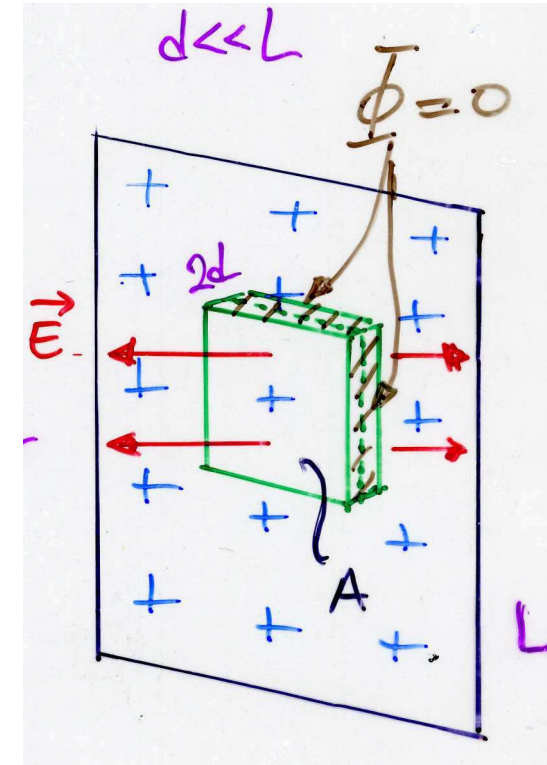
(\*) facoltativo



## Applicazione: piano uniformemente carico(\*)

- piano carico (o quadrato di lato  $L \gg d$ ):  $\sigma$  (C/m<sup>2</sup>) =  $q/A$  densità superficiale di carica
- per simmetria:  $\mathbf{E} \perp$  piano [e costante (uniforme) su un  $\forall$  piano parallelo]
- applico t. di Gauss al parallelepipedo  
$$\Phi_{\text{tot}} = EA + 0 + EA = q_{\text{int}}/\epsilon_0 = \sigma A/\epsilon_0$$
$$\rightarrow \mathbf{E} = \sigma/(2\epsilon_0)$$

che non dipende dalla distanza dal piano (campo uniforme), come deve essere per simmetria





## (Differenza di) potenziale elettrostatico

---

- Forza e.s. (Coulomb) dipende solo da  $r$  (non da  $t$  o  $v$ )  
→ conservativa → energia potenziale e.s.; anche  $\mathbf{E}$   
dipende solo dalla posizione → campo conservativo  
→ potenziale = en. potenz./carica

- es. forza lungo  $x$ :

$$\Delta \mathcal{L} = F \Delta x = q_0 E \Delta x = -\Delta W = -q_0 \Delta V$$

$$\cancel{q_0} E \Delta x = -\cancel{q_0} \Delta V$$

**NB** si definisce la d.d.p. (come si definisce solo la *differenza di en. pot.*)

$$\mathbf{E} = -\Delta V / \Delta x$$

il campo  $\mathbf{E}$  è il gradiente del potenz., – il potenz.  
cresce in verso opposto ad  $\mathbf{E}$



## Potenziale elettrostatico (2)

- unità SI: 1 volt(V) = 1 J/1 C  $\longrightarrow$  E in V/m  
[1J = 1Nm; 1 N/C = 1 Nm/(1 Cm) = 1 J/(Cm) = 1 V/m]

- es. d.d.potenziale fra due piani carichi, spostando  $q_0$  dal - al +

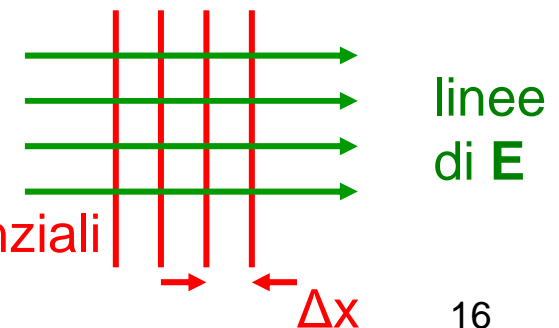
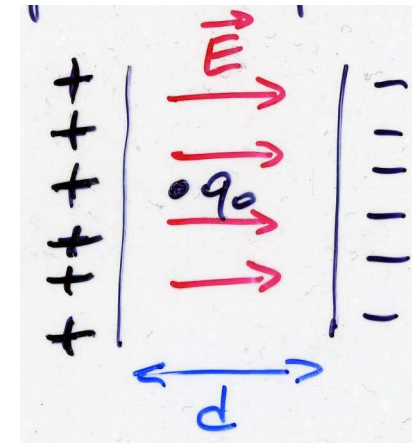
$$\mathcal{L} = -q_0 E d$$

$$V_+ = E d \quad \text{con} \quad V_- = 0$$

$$\text{NB è definito solo } \Delta V = V_+ - V_- = E d$$

- su una  $q$  in un campo  $\mathbf{E}$ :  $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$   
tende a spostare  $q > 0$  ( $q < 0$ ) verso una regione di minore (**minore**)  $W$  ossia di minore (**maggiore**)  $V$

- superfici equipotenziali  $\perp$  ad  $\mathbf{E}$   
es.1 campo uniforme  $\Delta V = -E\Delta x$







## Potenziale elettrico (3)(\*)

- es.2 conduttori in equilibrio: equipot. su tutto il volume ( $\mathbf{E}$  e le sue linee escono  $\perp$  alla superficie)
- es.3 potenziale prodotto da una carica puntif.

$$E_r = kq/r^2 \quad \Delta V = -E_r \Delta r = -kq \Delta r / r^2$$

prendiamo  $\Delta r$  piccolo *ossia*  $r_1 \sim r_2$

$$\Delta r = r_2 - r_1 \ll r_1, r_2$$

→  $r^2 \sim r_1 r_2$  *media geometrica, approx.*

$$\Delta V = -kq(r_2 - r_1) / (r_1 r_2) = -kq(1/r_1 - 1/r_2)$$

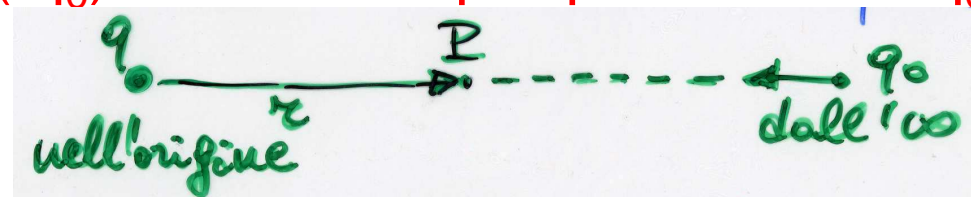
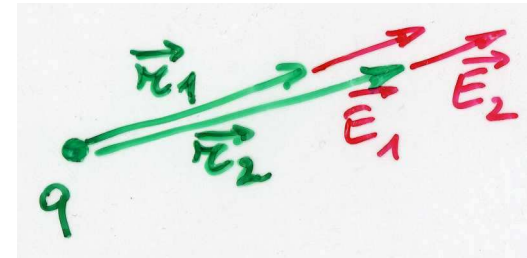
$$V_2 - V_1 = kq/r_2 - kq/r_1$$

cioè

$$V(r) = q / (4\pi\epsilon_0 r)$$

ponendo  
 $V(\infty) = 0$

$V(P) = -\mathcal{L}/q_0$  *-lavoro(/ $q_0$ ) necessario per portare una  $q_0$  +va dall' $\infty$  al punto P*



(\*) facoltativo

FLN mag 09

17



# L'elettronvolt

- l'elettronvolt (eV) è una unità energia: en. acquistata da un  $e^-$  sottoposto alla d.d.p. di 1 V

$$1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

l'eV è l'energia tipica dei processi atomici (es. l'en. di ionizzazione dell'atomo di H è 13.6 eV)

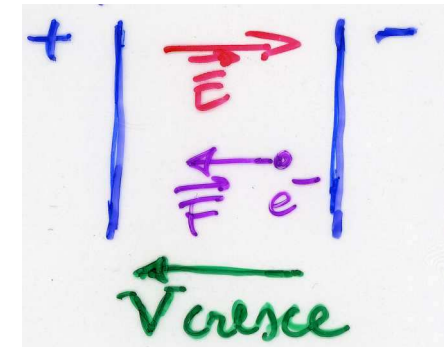
- esercizio: velocità acquistata da un  $e^-$  in una ddp di 1 V

$$\mathbf{F} = -e\mathbf{E} \quad \text{m.r.u.v./Il principio}$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}/m = -e\mathbf{E}/m$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = e\Delta V \quad \text{cons. en. meccanica} \quad v^2 = 2e\Delta V/m$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 1.602 \times 10^{-19} \times 1}{9.11 \times 10^{-31}}} = 5.93 \times 10^5 \text{ m/s}$$





# Capacità

- conduttore in equilibrio: stesso  $V$  (equipotenziale), cariche in superficie,  $\mathbf{E}$  esterno  $\perp$  superficie
- se aumento  $q$ , aumenta  $V$  – si def. capacità elettrica la carica divisa per il potenziale stesso

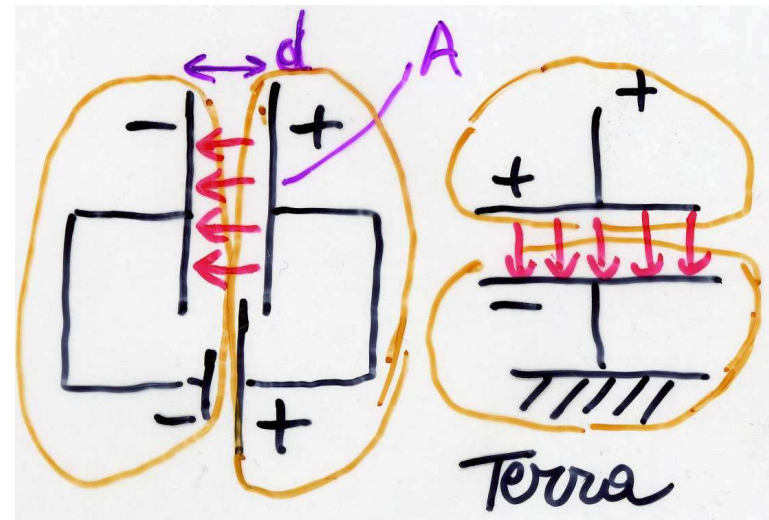
$$C = q/V$$

unità SI: farad (F), sottomultipli usati  $\mu\text{F}$ ,  $\text{nF}$ ,  $\text{pF}$

- condensatore: due conduttori affacciati, carichi di segno opposto, es. facce piane e parallele ( $V = Ed = \sigma d/\epsilon_0$ )

$$C = q/V = \cancel{\phi} A / (\cancel{\phi} d / \epsilon_0) = \epsilon_0 A / d$$

con  $\sigma = q/A$  dens. sup. di carica





## Capacità (2)(\*)

---

- limite alla carica accumulabile su un conduttore / condensatore: dipende dalla forma dei conduttori, dal mezzo in cui sono immersi;

se  $E$  cresce troppo  $\longrightarrow$  scarica

es. aria secca  $E_{\max} \sim 3 \cdot 10^6$  V/m, vetro  $\sim 40 \cdot 10^6$  V/m

(rigidità dielettrica)

[sulle punte  $\sigma$  locale è maggiore,  $E$  è maggiore e la scarica avviene prima]

- inserendo un dielettrico, la capacità del condensatore aumenta (ed aumenta anche la rigidità dielettrica), es. condensatore piano (vedi oltre per la dim. che  $\epsilon_r > 1$ )

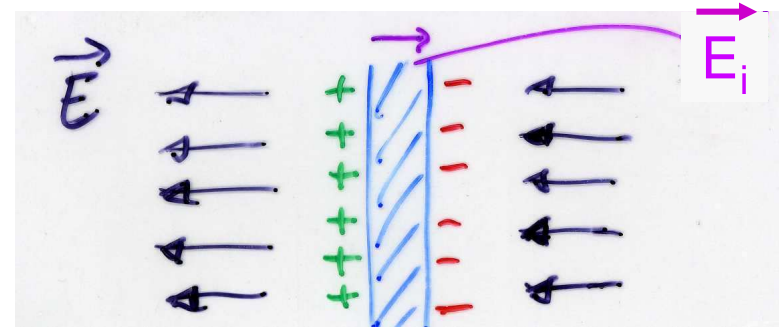
$$C = \epsilon A/d = \epsilon_r \epsilon_0 A/d = \epsilon_r C_0 \quad (\epsilon_r > 1)$$

(\*) facoltativo

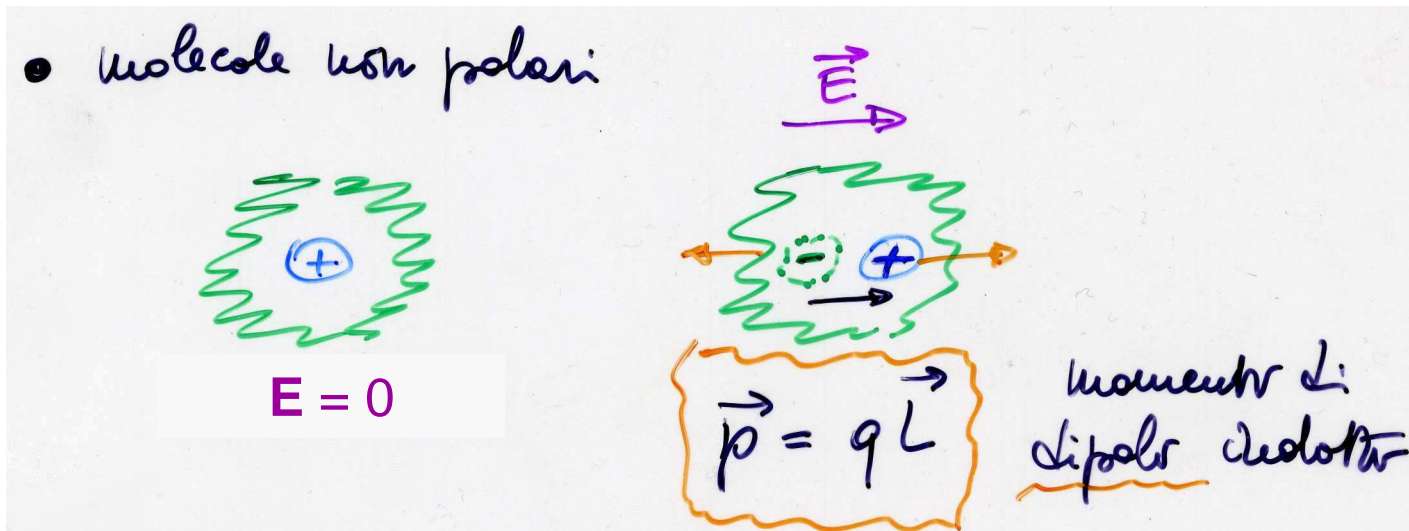


## Materiali immersi in $\mathbf{E}$ esterno(\*)

- conduttori / metalli: all'interno il campo  $\mathbf{E} + \mathbf{E}_i(\text{indotto}) = 0$



- molecole non polari



il dipolo indotto produce un campo  $\mathbf{E}_i$  in verso opposto ad  $\mathbf{E}$ ,  
il campo risultante è ridotto rispetto a  $\mathbf{E}$

(\*) facoltativo



## Materiali in $\mathbf{E}$ esterno (2)(\*)

- molecole non polari (continua)
- molecole polari con dipoli permanenti

in  $\vec{E}$  uniforme  $\vec{F} = 0$  risultante  
se  $\vec{E}$  non è uniforme

$F_1 > F_2$  attrazione

scambiando

" attrazione  
" (sempre)

$\Rightarrow$  fenomeni triboelettrici

$\text{H}_2\text{O}$   $\vec{p}$  permanente

$\vec{E}$  uniforme  $\vec{F} = 0$  ma  $\vec{M} \neq 0$

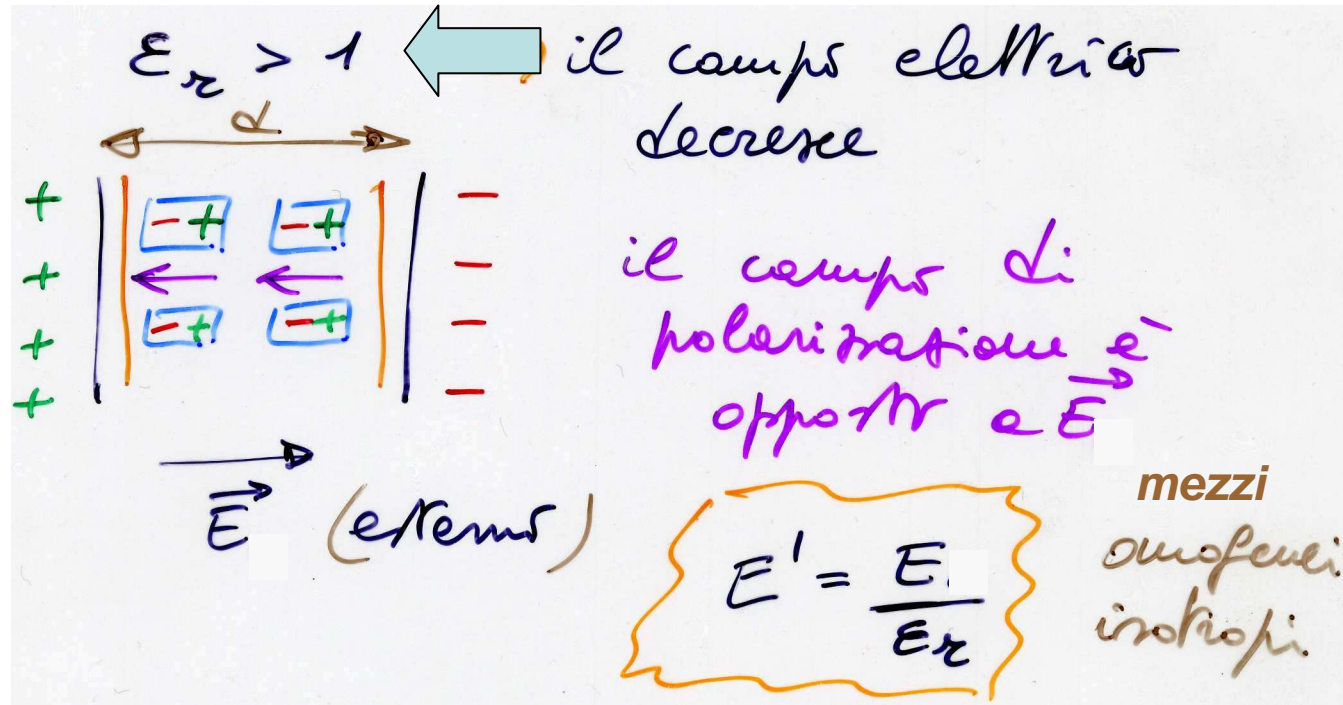
$\Rightarrow$  allineamento  
(il campo è in verso opposto)

(\*) facoltativo



## Dielettrici in un campo esterno(\*)

- dielettrici / isolanti:  $\vec{E}' = \vec{E} + \vec{E}_i$ ;  $E' = E - E_i = E/\epsilon_r < E$



$$V' = E'd = Ed/\epsilon_r = V/\epsilon_r \quad (q = \text{cost})$$

$$C = q/V' = \epsilon_r q/V = \epsilon_r C \quad \text{inserendo un dielettrico } C \text{ aumenta}$$

(\*) facoltativo



## La costante dielettrica relativa(\*)

---

- il dielettrico aumenta C ed aumenta la rigidità dielettrica (da 10 a 100 volte)  
es. mica  $\epsilon_r = 7.0$   $E_{\max} \sim 10-100 \cdot 10^6 \text{ V/m}$   
kapton  $\epsilon_r \sim 7$   $E_{\max} \sim 300 \cdot 10^6 \text{ V/m}$
- altri materiali  
polietilene  $\epsilon_r = 2.3$ ; aria  $\epsilon_r = 1.00059$  ( $\epsilon \sim \epsilon_0$ );  
 $\text{H}_2\text{O}$   $\epsilon_r = 81$
- la grande costante dielettrica dell'acqua favorisce la dissociazione dei composti ionici (al suo interno il campo è fortemente ridotto)
- eserc.  $10 \times 10 \times 0.01 \text{ cm}^3$  in aria  
 $C = \epsilon_0 A/d = 8.85 \times 10^{-12} \times 10^{-2} / 10^{-4} = 885 \text{ pF}$   $V_{\max} = ?$

(\*) facoltativo





## Condensatori in parallelo ed in serie(\*)

- **parallelo:**  $\Delta V = V_a - V_b$  è lo stesso

$$q_1 = C_1 \Delta V; q_2 = C_2 \Delta V; q_n = C_n \Delta V$$

$$q_{\text{tot}} = q_1 + q_2 + \dots + q_n = \\ = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \Delta V$$

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

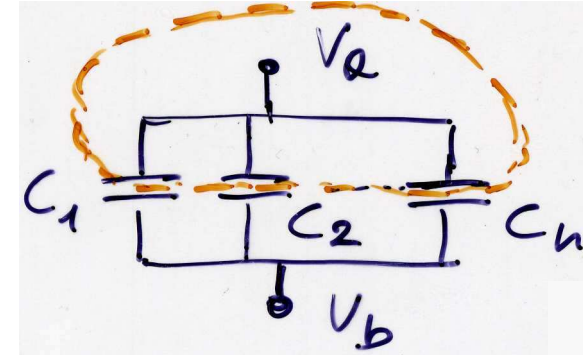
- **serie:**  $q$  è la stessa, ossia

$$(V_a - V_b) = q/C_1; (V_b - V_c) = q/C_2$$

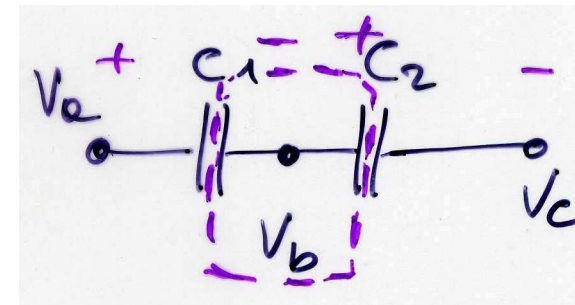
$$V_a - V_c = (V_a - V_b) + (V_b - V_c) = \\ = q(1/C_1 + 1/C_2)$$

$$1/C_{\text{eq}} = 1/C_1 + 1/C_2$$

$$C_{\text{eq}} = C_1 C_2 / (C_1 + C_2) \quad \text{mcm}$$



condensatore equivalente  
in parallelo



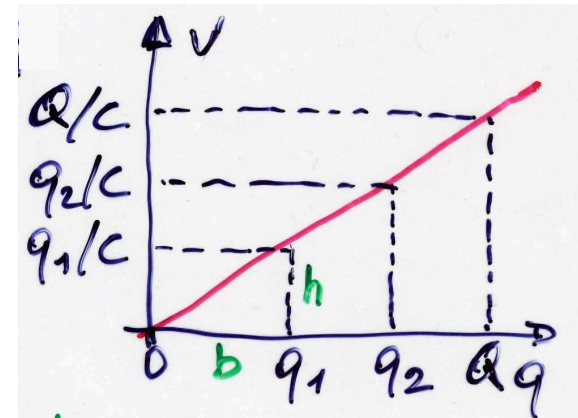
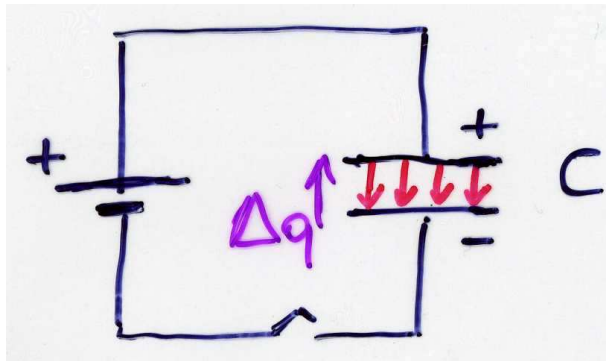
condensatore equivalente  
in serie

(\*) facoltativo



## Carica del condensatore(\*)

- $q, v=q/C$  durante la carica ( $Q, V$  quantità finali, **carico**)
- inizio (tasto aperto)  $q=0 v=0$  (**scarico**)



- lavoro (della pila) per spostare  $\Delta q$ :

$$\Delta \mathcal{L} = \underline{v} \Delta q = (1/C) q \Delta q = (1/C) \frac{1}{2} (q_1 + q_2) (q_2 - q_1) = \frac{1}{2} C (q_2^2 - q_1^2)$$

$$\text{fra } 0 \text{ e } Q: \quad \mathcal{L} = \frac{1}{2} (Q/C) Q = \frac{Q^2}{2C}$$

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C V^2$$

$V$  è la d.d.p. ai capi del condensatore

(\*) facoltativo

energia  
immagazzinata  
nella carica



## Energia immagazzinata nel campo elettrico(\*)

---

- es. condensatore piano nel vuoto

$$V = Ed$$

$$C = \varepsilon_0 A/d$$

$$W = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}(\varepsilon_0 A/d)(E^2 d^2) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 (Ad)$$

volume di C



- energia per unità di volume (densità di en. potenziale)

$$\eta = W/(Ad) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

(cfr. en. potenziale elastica di una molla spostata di  $x$  dalla posizione di equilibrio:  $W_{\text{molla}} = \frac{1}{2}kx^2$ )

- la formula è valida anche per campi  $\mathbf{E}$  comunque variabili
- se c'è un dielettrico, basta mettere  $\varepsilon$  al posto di  $\varepsilon_0$

(\*) facoltativo

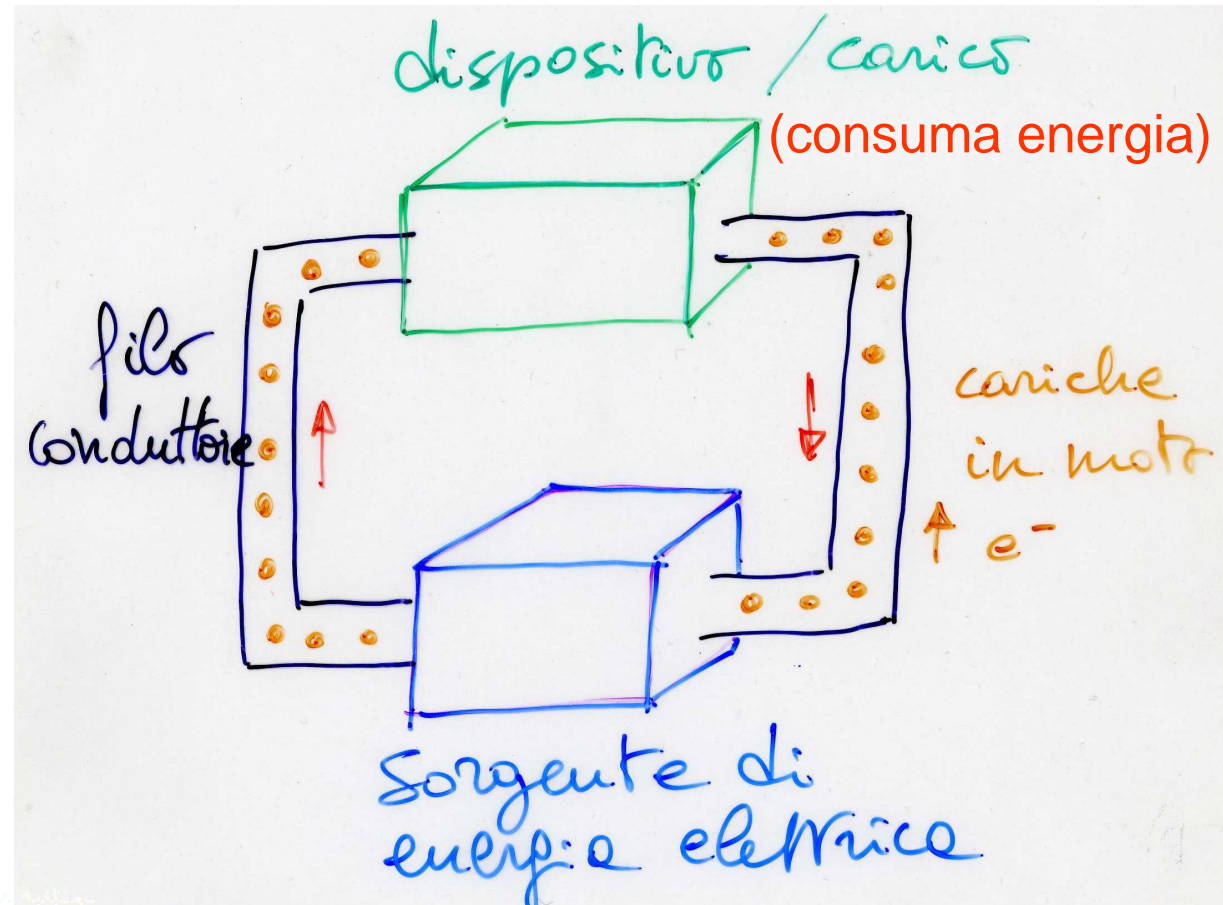
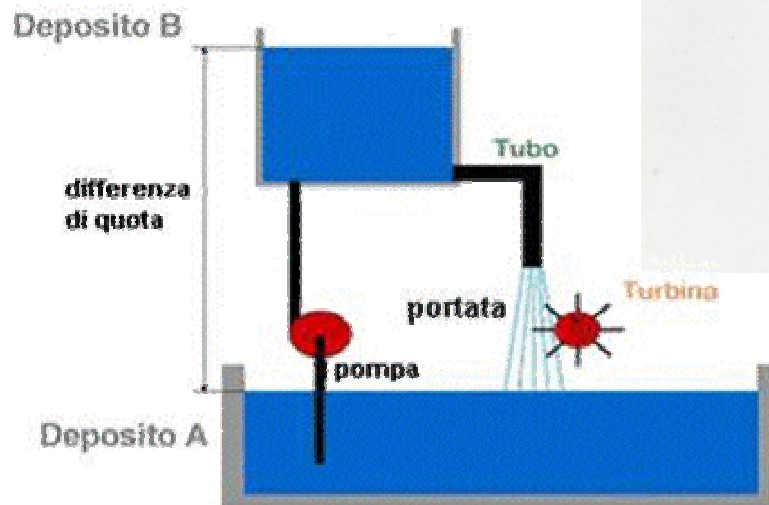


# Corrente elettrica



# Circuito elettrico(\*)

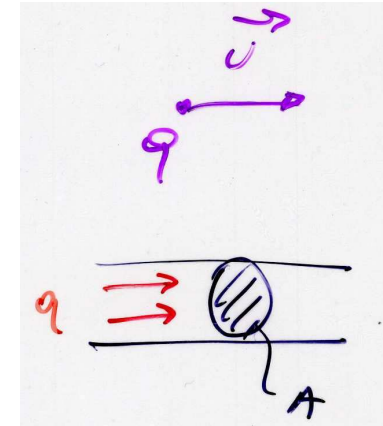
- sorgente ad es. pila: en. chimica → en. elettrica
- analogia con un circuito idraulico






# Corrente elettrica

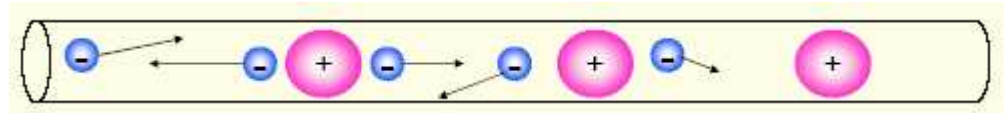
- in generale la corrente elettrica è la carica per unità di  $t$  attraverso una superficie  $A$   
 $i = \Delta q / \Delta t$  (al lim per  $t \rightarrow 0$ ,  $i = dq/dt$ )
- unità SI: 1 ampère (A) = 1 C/s  
sottomultipli: mA,  $\mu$ A, nA
- **convenzione (Bj. Franklin):  $i$  è +va nel verso in cui si muovono le cariche +ve**
- conduttori: il realtà si muovono gli  $e^-$
- altri casi (semiconduttori, elettrolisi, acceleratori): si possono muovere sia cariche  $-ve$  che +ve
- **corrente continua (stazionaria):  $i$  non varia nel tempo, analoga allo scorrimento stazionario di un fluido**





## Elettroni nei metalli(\*)

- nei metalli gli  $e^-$  più esterni sono in comune al cristallo ( $e^-$  di conduzione), tipicamente  $\sim 1/\text{atomo}$
- modello: gas di  $e^-$  'classico',  $v_T \sim 1.2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$  (300 K),  $\lambda \sim 100 \text{ \AA}$ ,  $\tau \sim 10^{-13} \text{ s}$
- se  $\mathbf{E} = 0$  ( $\Delta V = 0$ ):  
agitazione termica,  $v_d = 0$ , con  $v_d$  velocità di deriva
- se  $\mathbf{E} \neq 0$ :  $\mathbf{F} = -e\mathbf{E}$ , urti sugli ioni, 'resistenza viscosa',  
cfr. legge di Stokes   $v_d \neq 0$ , molto piccola,  
 $\sim 0.1 \text{ mm/s}$  (ma un segnale elettrico si propaga con  $v \sim c$ )
- se  $\mathbf{E}$  (o  $\Delta V$ ) cost. nel tempo, anche  $v_d$  è cost.  $\rightarrow$  i  
continua (analoga a cariche in moto con vel. cost.,  
analogia col viscosimetro a caduta)



(\*) facoltativo



# Resistenza elettrica



- se in generale applico una d.d.p.  $V$  agli estremi di un pezzo di materiale (metallo o meno) si def. resistenza elettrica il rapporto fra la d.d.p. e la corrente  $i$  che lo attraversa

$$R = V/i$$

(def. di resistenza)

ho soppresso  $\Delta$ , ma è una ddp

con in genere  $R = R(i)$

unità SI: 1 ohm ( $\Omega$ ) = 1 volt/ampère = 1 V/A

- se applico la d.d.p. ad un metallo (conduttore ohmico) a  $T = \text{cost.}$ , la resistenza risulta costante

$$R = V/i = \text{cost.}$$

[1) conduttore ohmico, 2)  $T = \text{cost.}$ ]

1a legge di Ohm, che vale solo per i buoni conduttori, metalli, se la temperatura non varia



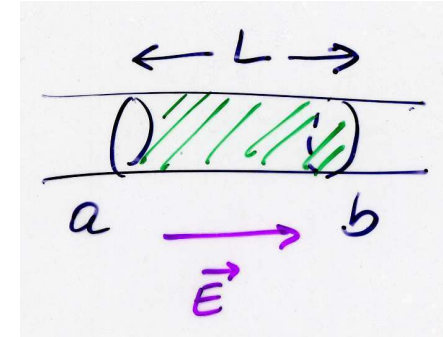


## Resistenza elettrica (2)

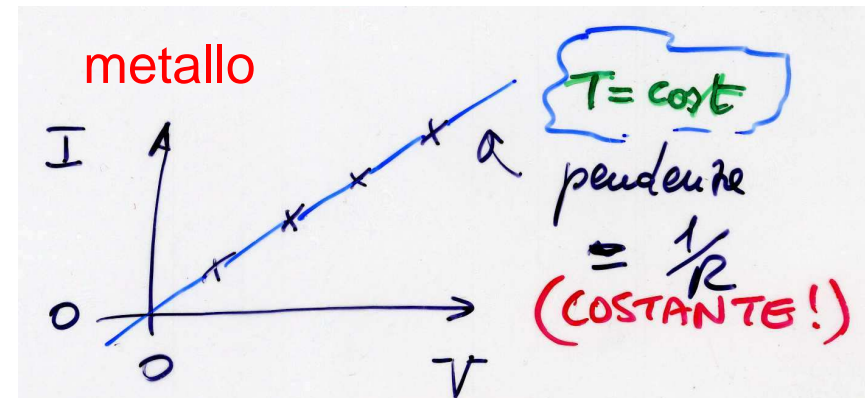
- relazione fra campo e d.d.p.:

$$V = V_a - V_b = EL$$

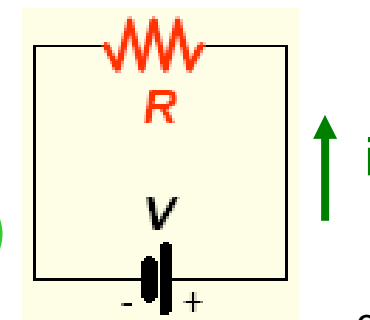
quindi il campo è la ddp divisa la lunghezza del campione



- se sono verificate le condizioni della 1a legge di Ohm,  $i$  vs  $V$  è una retta per l'origine (cfr. leggi di Poiseuille, Fick)



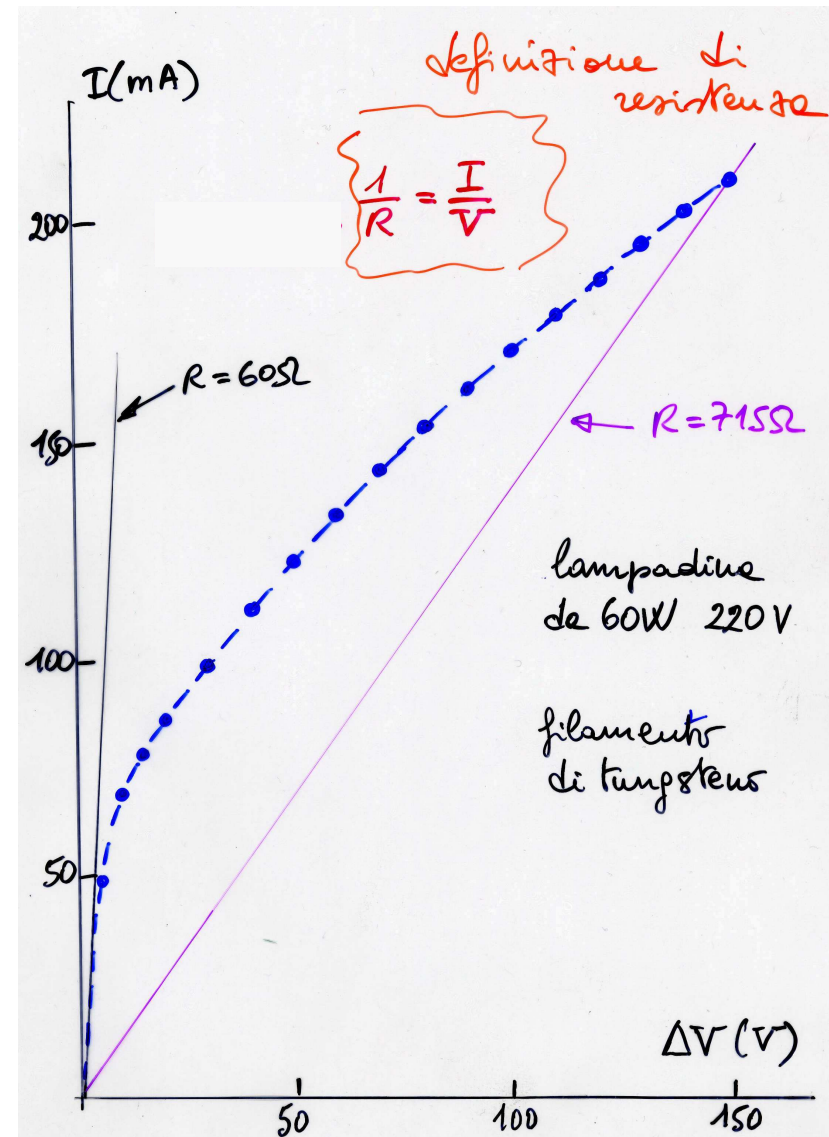
- in un circuito la resistenza  $R$  è indicata da una linea seghettata (NB le linee continue hanno  $R = 0$ , sono equipotenz.)





## Resistenza elettrica (3) (\*)

- normale lampadina da 60 W (filamento metallico), misuro  $i$  vs  $V$  e non trovo una retta!  $R$  aumenta ~10 volte se  $V$  va da qualche volt a 150 V, perchè?
- un indizio: a qualche volt la lampadina non emette luce, mentre a 150 V sì
- l'emissione di luce sempre più visibile implica che il filamento si scalda (legge di Wien), la condizione  $T = \text{cost.}$  non è rispettata



(\*) facoltativo



# Resistività elettrica

- per un campione di materiale di lunghezza  $\ell$  e di area trasversa  $A$

$$R = \rho \ell / A$$

**2a legge di Ohm**, dove  $\rho = \rho(T)$  in  $\Omega \cdot m$  è la resistività

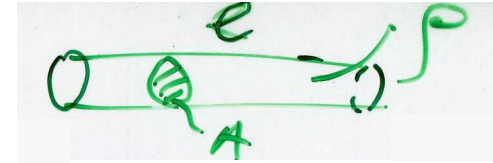
W:  $\rho_W = 5.5 \cdot 10^{-8} \Omega m$  a  $20^\circ C$

$$\alpha_W = 4.5 \cdot 10^{-3} K^{-1} \quad (\approx 1/273 K)$$

$$\rho_T = \rho_{20^\circ C} [1 + \alpha(T - 293)] \quad \rightarrow \quad \rho_{2000^\circ C} \sim \rho_{20^\circ C} \times 10$$

- C:  $\rho_C = 3.5 \cdot 10^{-5} \Omega m$  (grafite  $0.8 \cdot 10^{-5} \Omega m$ )  
 $\alpha_C = -5 \cdot 10^{-4} K^{-1}$  dipende poco da T

- resistori discreti: in C a impasto (ad es. Allen-Bradley)





## Resistività elettrica dei materiali, 20°C(\*)

- nei metalli  $\rho$  cresce con  $T \uparrow$  ed in presenza di impurezze (aumentano ostacoli al moto degli  $e^-$ )
- nei semic. e isolanti succede il contrario
- cfr conduc. termica

Materiale	$\rho$ ( $\times 10^{-8} \Omega m$ )	$\alpha$ ( $10^{-3} \text{gradi}^{-1}$ )
Ag	1.53	3.8
Cu	1.72	4.0
Carbono	49	0.03
Hg	98	0.99
C	$3.5 \times 10^3$	-0.5
Ge	$4.6 \times 10^7$	-50
Si	$2.0 \times 10^9$	-70
vetro	$10^{18} \div 10^{22}$	
gomma dura	$10^{21} \div 10^{24}$	
polistirolo	$10^{23} \div 10^{24}$	

(\*) facoltativo

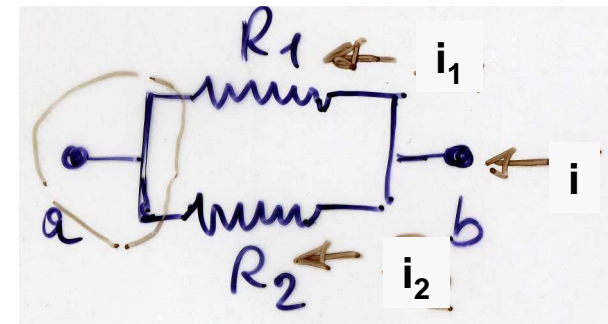
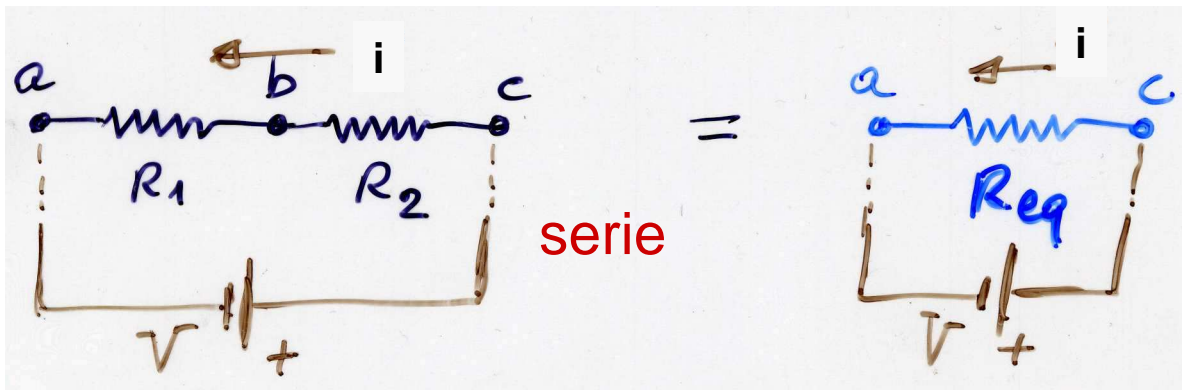
FLN mag 09



# Resistenze in serie ed in parallelo

- **serie:  $i = \text{cost}$**       $iR_1 = V_b - V_a$       $iR_2 = V_c - V_b$   
ma      $iR_{\text{eq}} = V_c - V_a = (V_c - V_b) + (V_b - V_a) = i(R_1 + R_2)$   
 $R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 (+ \dots + R_n)$      **serie**

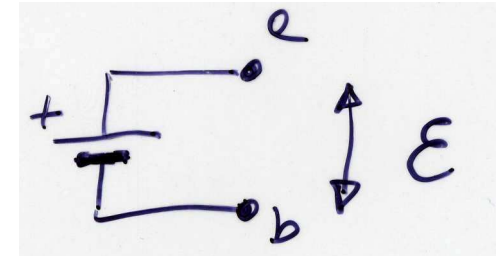
- **parallelo:  $V = V_b - V_a = \text{cost}$**       $i_1 = V/R_1$       $i_2 = V/R_2$   
ma      $V/R_{\text{eq}} = i = i_1 + i_2 = V(1/R_1 + 1/R_2)$   
 $1/R_{\text{eq}} = 1/R_1 + 1/R_2 = (R_2 + R_1)/(R_1 R_2)$      **parallelo**  
 $R_{\text{eq}} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$      “





## f.e.m. e resistenza interna del generatore(\*)

- la forza elettromotrice  $\mathcal{E}$  è il lavoro per unità di carica che fa la pila, batteria (o un  $\nabla$  altro generatore): si misura a morsetti aperti ( $i = 0$ ,  $R = \infty$ )

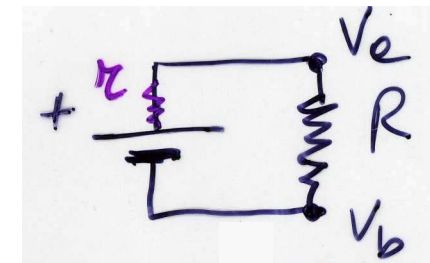


- chiudendo su un carico  $R$

$$\mathcal{E} = i(r+R)$$

$$i = \mathcal{E}/(r+R) < \mathcal{E}/R$$

$$V = V_a - V_b = iR = \mathcal{E}R/(r+R) < \mathcal{E}$$



dove  $r$  è la resistenza interna del generatore (piccola), in serie col carico: la corrente erogata è  $<$  di quella erogabile con  $r = 0$  e la ddp utile  $<$  della fem

(\*) facoltativo



## Effetto Joule e lavoro del generatore

- per far passare una carica  $dq$  attraverso una  $R$  occorre fornire un lavoro

$$d\mathcal{L} = (V_a - V_b)dq = Vdq = Vidt$$

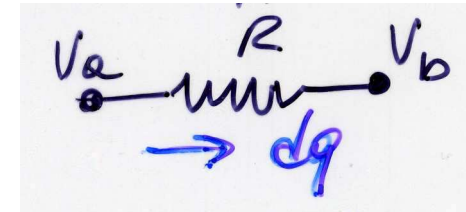
usando  $i = dq/dt$ ; questo  $\mathcal{L}$  scalda la  $R$  (effetto termico della corrente); la potenza corrispondente è

$$\mathcal{P} = d\mathcal{L}/dt = Vi$$

(oppure, usando  $V= Ri$ ,  $\mathcal{P} = i^2R = V^2/R$ )

- il lavoro per unità di  $t$  fornito dalla pila per far passare le cariche in  $r+R$  ( $r$  resistenza interna) è

$\mathcal{P} = \mathcal{E}i$  mentre la potenza dissipata su  $R$  (utile) è solo  $\mathcal{P}' = Vi < \mathcal{P}$





## Misure di corrente e ddp

---

- Ⓐ amperometro, misura  $i$  e si connette in serie ( $r$  interna piccola)
- Ⓥ voltmetro, misura  $V$  e si connette in parallelo ( $R'$  interna grande)
  - in ambedue i casi si può usare un multimetro (digitale) che misura  $A$ ,  $V$  (sia in cc che in c. alternata),  $\Omega$  e  $C$
  - in casi particolari si usa un galvanometro Ⓒ ossia un amperometro molto sensibile (strumento di zero, per verificare se  $i \simeq 0$ )

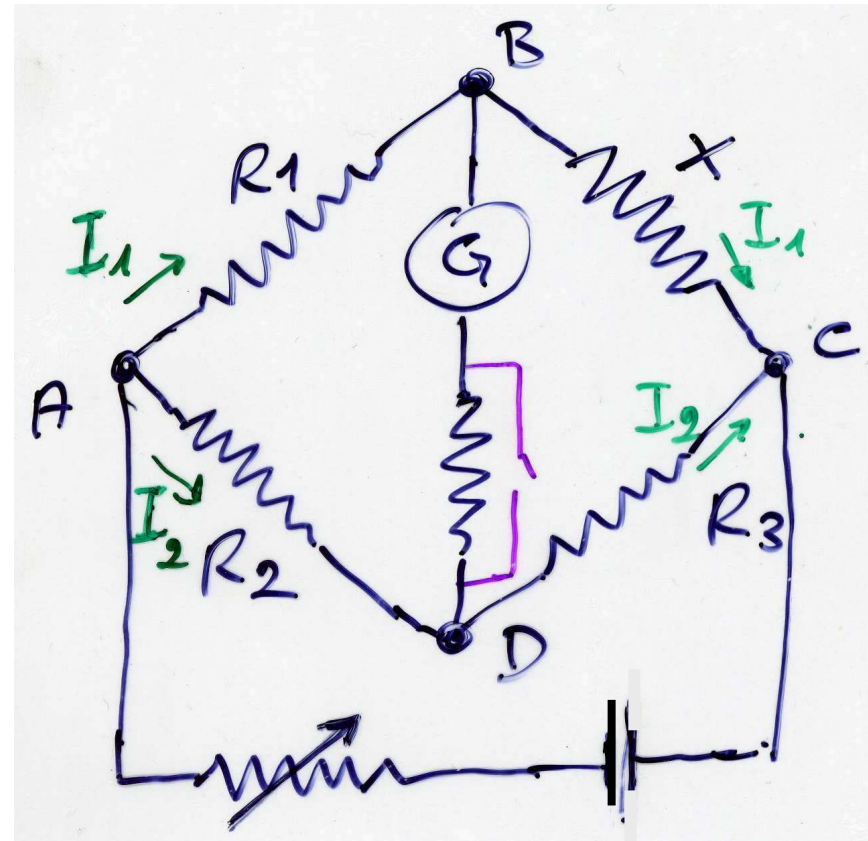






## Ponte di Wheatstone (\*)

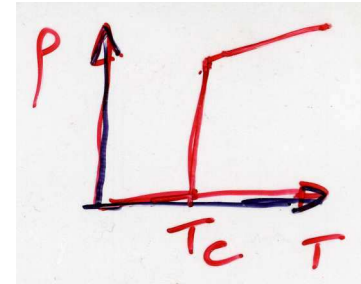
- G è un galvanometro usato per misurare una corrente nulla
- $R_2, R_3$  sono aggiustabili ad es. a filo, X è la resistenza da misurare
- ponte in equilibrio: G indica 0, quindi  $V_B = V_D$  ossia  
 $i_1 R_1 = i_2 R_2$      $i_1 X = i_2 R_3$   
da cui  $X = R_3 R_1 / R_2$
- applicazione: termometro a resistenza





## Superconduttività (cenno) (\*)

- metalli: se  $T \searrow$ ,  $\rho \searrow$  (l'agitazione termica, la “viscosità” decrescono)
- se  $T < T_{\text{critica}} \Rightarrow$  fenomeno nuovo ( $\rho \sim 0$ )
- scoperta: Kamerlingh Omnes (1911); prime applicazioni, 50 anni dopo (1960)
- $T_c$  ad es.: Hg 4.2 K; Nb 9.2 K, lega Nb<sub>3</sub>Ge 23 K; alcune ceramiche  $> 125$  K (“alta temperatura”, in effetti  $-150$  °C ma  $> T_{\text{LN}_2}$ , Berdnorz e Müller, 1986)
- spiegazione (quanto meccanica): coppie di  $e^-$  (coppie di Cooper)
- applicazioni:  $\rho=0$ ,  $R=0$ , grandi  $i$  ( $\rightarrow$  campi magnetici) senza dissipazione, risparmio di potenza (ma occorre raffreddare)



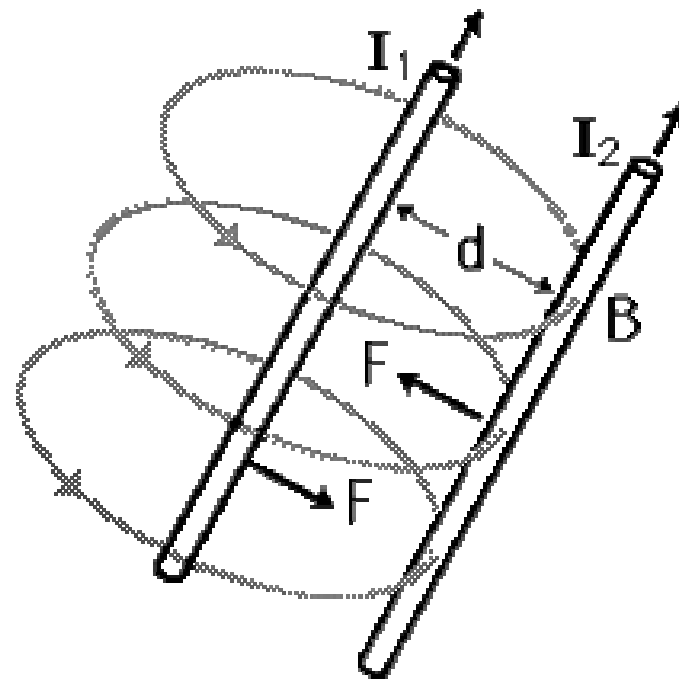


## Leggi di Kirchhoff(\*)

---

in un  $\forall$  circuito elettrico

- 1a legge, maglie:  $\sum_j V_j = 0$  somma su tutte le fem (+ve) e cadute di tensione (-ve) nel verso di circolazione della corrente (di maglia) – giustificazione: quando faccio un giro completo ritorno allo stesso potenziale
- 2a legge, nodi:  $\sum_j i_j = 0$  somma algebrica su tutte le i entranti nel nodo (+ve) ed uscenti (-ve) – conservazione della corrente
- note le R e le  $\mathcal{E} \rightarrow$  tante equaz. quante sono le i incognite ( $n_{\text{maglie}}, n_{\text{nodi}} - 1$ )
- nelle leggi di Kirchhoff possono essere incluse altre ddp, ad es.  $q/C$  per il condensatore



Forces Between  
Currents

## Campo magnetico



# Campo magnetico

---

- esempi
  - campo magnetico terrestre orienta una bussola (ago di acciaio magnetizzato)
  - $\text{FeO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$  (magnetite) attira Fe, Co, Ni ...
  - una corrente elettrica agisce su una bussola (Oersted) o su un'altra  $i$  / limatura di Fe
- campo magnetico intorno a magneti / correnti:  
**B** (= **B(P)**)      **vettore induzione magnetica**  
(eventualmente se ci sono più sorgenti  $\mathbf{B} = \sum_i \mathbf{B}_i$ )
- la presenza di **B** si manifesta con una forza magnetica su altri magneti / correnti / cariche in moto



## Forza magnetica, definizione di B

- es. f. magnetica su una carica in moto, sperimentalmente

$$|\mathbf{F}| \propto |q|, |\mathbf{v}|, |\mathbf{B}|, |\sin\theta|$$

$\mathbf{F} \perp \mathbf{v}, \mathbf{B}$  (forza di Lorentz)

→  $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$

$$F = qvB\sin\theta$$

$$F = 0 \text{ per } \theta = 0, \pi$$

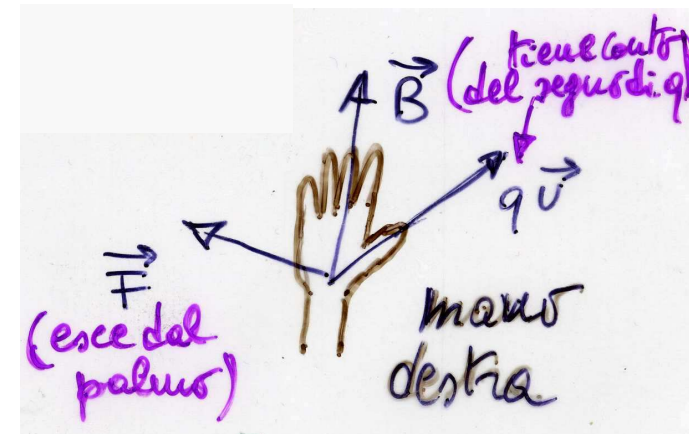
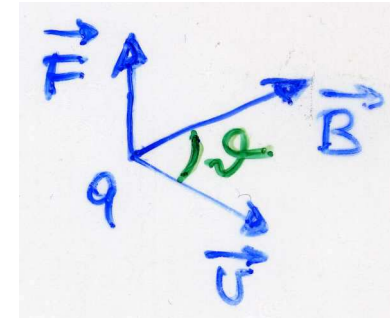
$$F = \pm F_{\max} = \pm qvB \text{ per } \theta = \pi/2, 3\pi/2$$

quindi B può essere definito come

→  $\mathbf{B} = \mathbf{F}_{\max} / (qv)$

**B** vettore induzione magnetica

direz.  $\perp \mathbf{F}, \mathbf{v}$ ; verso definito dalla regola della mano dx





## Unità di B

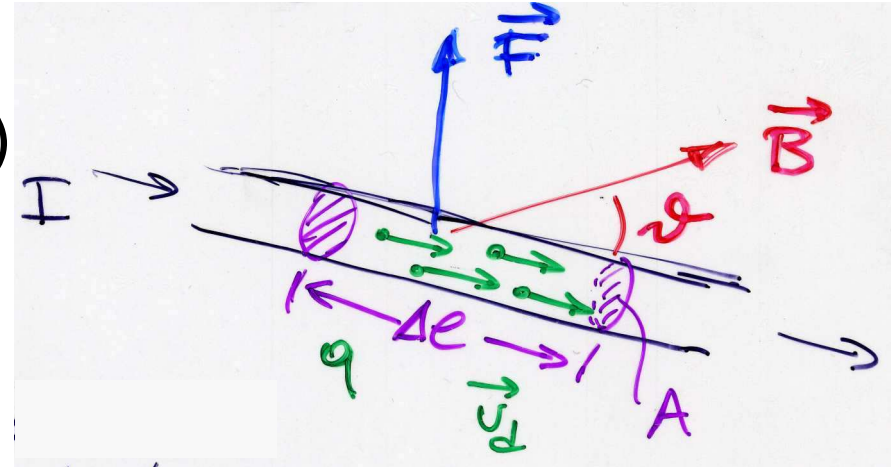
- unità SI: da  $B = F_{\max}/(qv)$ ,  
 $1 \text{ N}/(\text{C}\cdot\text{m}/\text{s}) = 1 \text{ N}/(\text{Am}) = 1 \text{ tesla(T)}$   
oppure  
 $1 \text{ N}/(\text{C}\cdot\text{m}/\text{s}) = 1 (\text{N}/\text{C})/(\text{m}/\text{s}) = 1 (\text{V}/\text{m})/(\text{m}/\text{s}) =$   
 $= 1 \text{ V}\cdot\text{s}/\text{m}^2 = 1 \text{ Wb}/\text{m}^2$  [weber(Wb)]  
→  $1 \text{ T} = 1 \text{ Wb}/\text{m}^2$
- (\*) il flusso di B attraverso una superficie  $\Phi_B = B_n A$ ,  
dove  $B_n$  è la componente  $\perp$  ad A, si misura in  $\text{Wb} = \text{Vs}$
- siccome 1 T è grande, si usa anche il gauss(G), unità  
del sistema CGSem:  $1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$   
ad es.  $|\mathbf{B}_{\text{terra}}| \approx 0.3 \text{ G}$

(\*) paragrafo facoltativo



## Elemento di corrente e forza magnetica(\*)

- $n$  di cariche  $q$  per unità di volume  $\approx 10^{29} \text{ m}^{-3}$  (grande)
- velocità di deriva  $v_d \approx 10^{-4} \text{ m/s}$  (piccola)
- in  $\Delta t$ :  $\Delta l = v_d \Delta t$ , volume “svuotato” =  $(v_d \Delta t)A$ ,  $\Delta Q = n(v_d \Delta t A)q$  traversa  $A$  in  $\Delta t$ ,  
 $i = \Delta Q / \Delta t = n v_d A q$



un elemento di corrente  
equivale ad una carica in moto

- f. magnetica su un filo percorso da corrente

$$\Delta F = (n \Delta l A q) v_d B \sin \theta = i B \sin \theta \Delta l$$

filo rettilineo,  $B$  uniforme:  $F = i B l \sin \theta$

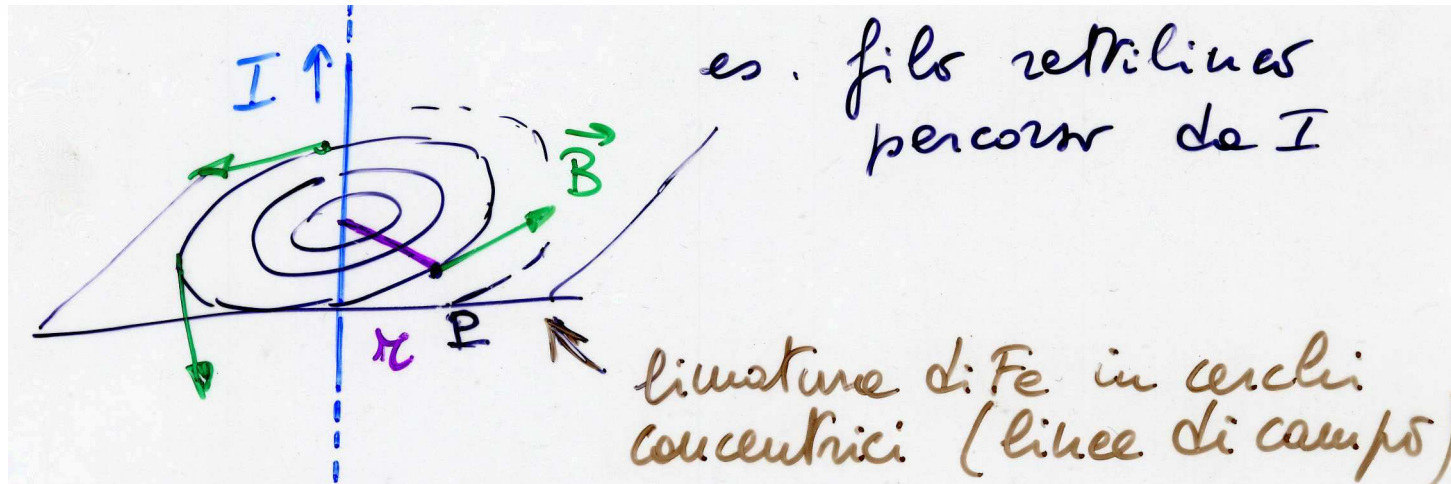
es.  $B = 0.01 \text{ T}$ ,  $l = 1 \text{ m}$ ,  $i = 10^2 \text{ A}$ ,  $\theta = 90^\circ \rightarrow F = 1 \text{ N}$

(\*) facoltativo





# Sorgenti di B, legge di Biot-Savart



- $|\mathbf{B}| \propto i, 1/r$ , mezzo interposto

$$\mathbf{B} \perp \mathbf{v}_d$$

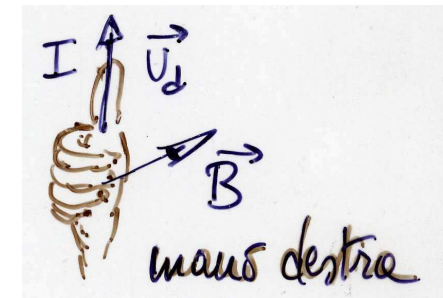
- $\mathbf{B} = (\mu_0/2\pi) i/r$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A (o H/m)}$$

$$(\text{Tm/A} = \text{Wb}/(\text{Am}) = \text{N/A}^2 = (\text{Vs})/(\text{Am}) = \Omega\text{s/m} = \text{henry/m})$$

$\mu_0$  permeabilità magnetica del vuoto

$$\text{es. } i=10^2 \text{ A, } r=1 \text{ cm} \rightarrow \mathbf{B} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot 10^2 / 10^{-2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ T} = 20 \text{ G}$$





## Forza fra correnti parallele(\*)

- due correnti parallele: una produce B, l'altra sente la F (e viceversa)

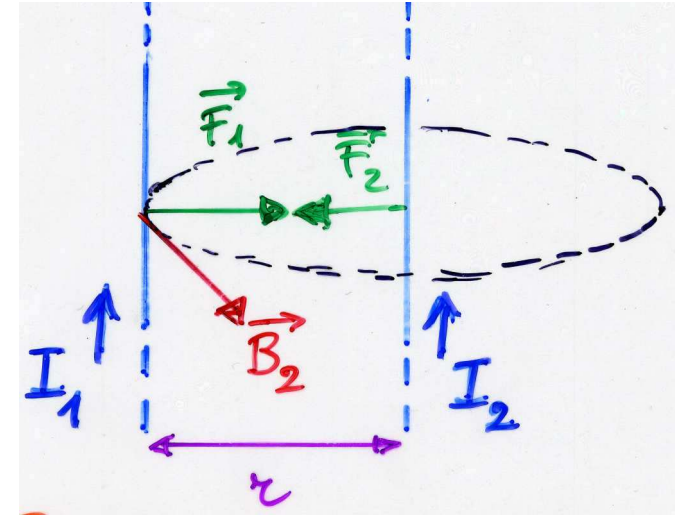
- $B_2 = (\mu_0/2\pi) i_2/r$

$$F_1 = i_1 B_2 \ell \quad (\theta = \pi/2)$$

$$\boxed{F_1/\ell = (\mu_0/2\pi) i_1 i_2/r} \quad (= F_2/\ell)$$

la f. per unità di lunghezza è  $\propto$  alle correnti, ad  $1/r$  e dipende dal mezzo interposto: correnti parallele si attraggono, c. antip. si respingono

- def. operativa di ampère: due correnti parallele di 1 A distanti 1m, esercitano una forza di  $2 \cdot 10^{-7}$  N/m l'una sull'altra





## Moto di cariche in campo magnetico

- in  $\mathbf{B}$ :  $\mathbf{F}$  sempre  $\perp \mathbf{v} \rightarrow \mathcal{L} = 0$   
 $K = \frac{1}{2}mv^2 = \text{cost} \quad |\mathbf{v}| = \text{cost}$   
varia solo la direzione di  $\mathbf{v}$
- caso semplice:  $\mathbf{v} \perp \mathbf{B} \rightarrow$  orbita circolare  
(altrimenti elicoidale); dal II principio

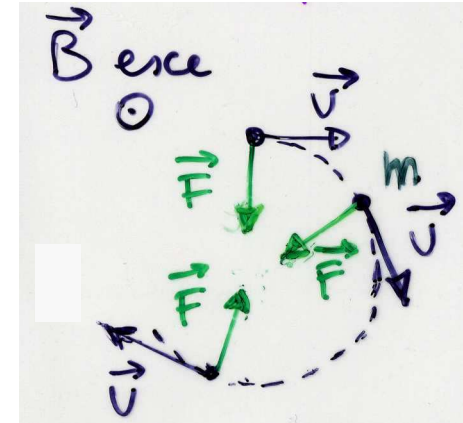
$$ma = mv^2/r = F = qvB$$

$$r = mv/(qB)$$

è il raggio dell'orbita del moto circolare uniforme;

$$\nu = v/(2\pi r) = qB/(2\pi m)$$

frequenza di ciclotrone (indipendente da  $v$  e  $r$ )





---

# Fine dell'elettromagnetismo