

Esperienza del viscosimetro a caduta

Parte del corso di fisica per CTF

dr. Gabriele Sirri
sirri@bo.infn.it

<http://ishtar.df.unibo.it/Uni/bo/farmacia/all/navarria/stuff/homepage.htm>

Esperienza del viscosimetro a caduta

10/3/08 - Elementi di Probabilità

11/3/08 - Misura di grandezze fisiche / Analisi degli Errori

17/4/08 - Il viscosimetro a caduta di sfere

14/5/08 - Prova sperimentale in Laboratorio

22/5/08 - Relazione conclusiva

Da ricordare:

La Misura di una grandezza fisica è la stima del suo valore vero.

$$(X \pm \Delta X) \text{ um}$$

Valore più
probabile

Incertezza
o Errore

Unità di
misura

1. Sensibilità dello strumento

2. Fluttuazioni casuali

3. Errori nella procedura e/o nello
strumento (errori sistematici)

Da ricordare:

SENSIBILITA' STRUMENTALE > FLUTTUAZIONI CASUALI

Ripetendo la misura: ottengo sempre lo stesso valore x_{mis}



Valore più probabile $X = x_{\text{mis}}$

Errore $\Delta X =$ sensibilità dello strumento

Il valor vero è contenuto fra $X - \Delta X$ e $X + \Delta X$ con probabilità **100%**.

Da ricordare:

SENSIBILITA' STRUMENTALE < FLUTTUAZIONI CASUALI

Ripetendo la misura: ottengo valori **diversi** $x_1, x_2, x_3 \dots x_N$



Valore più probabile = Valor medio

$$X = X_{medio} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

Errore = deviazione standard della media

$$\Delta X = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - X_{medio})^2}{(N-1)}}$$

Il valor vero è contenuto fra $X - \Delta X$ e $X + \Delta X$ con probabilità **68.3%**.
fra $X - 3\Delta X$ e $X + 3\Delta X$ con probabilità **99.7%**.

Da ricordare inoltre:

Misure **dirette** e Misure **indirette**

Errore **assoluto** $(185 \pm 3) \text{ cm}$

Errore **relativo** (frazione del valore misurato) $185 \text{ cm} \pm 2\%$

L'errore si esprime con UNA SOLA cifra significativa.

L'errore determina il NUMERO di cifre significative con cui si DEVE approssimare il valore più probabile.

Es: $(27.5576 \pm 3.991) \text{ cm} \rightarrow (27.5576 \pm 4) \text{ cm} \rightarrow (28 \pm 4) \text{ cm}$

↑
errore con 1 sola
cifra significativa

↑
il valore più probabile
è arrotondato ...

Propagazione degli errori

Misure dirette:

l'errore sulla misura si ricava dalla sensibilità dello strumento oppure dall'errore sulla media di più misure ripetute.

Misure indirette, il valore che ci interessa è dato da una combinazione di altre misure (secondo una **relazione matematica**).

come posso determinare **quale errore associare** ?

Bisogna sapere come propagare gli errori.

Propagazione degli errori

Somma o differenza di due grandezze

Date le misure di due grandezze $A \pm \Delta A$ e $B \pm \Delta B$

$X =$ somma di A e B

$X =$ differenza di A e B

Valor più probabile: $X = A + B$

$X = A - B$

Errore:

$$\Delta X^2 = \Delta A^2 + \Delta B^2$$

in ENTRAMBI i casi si sommano (in quadratura) gli errori assoluti

Propagazione degli errori

Prodotto di una costante per una grandezza

Data la misura di una grandezza $A \pm \Delta A$ e una costante k

X = prodotto di k per A

Valor più probabile: $X = k \cdot A$

Errore: $\Delta X = k \cdot \Delta A$

che può anche essere scritta come errore relativo, invece che assoluto

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta A}{A}$$

Propagazione degli errori

Prodotto o rapporto di due grandezze

Date le misure di due grandezze $A \pm \Delta A$ e $B \pm \Delta B$

$X =$ prodotto di A e B

$X =$ rapporto fra A e B

Valor più probabile: $X = A \cdot B$

$X = A / B$

Errore:

$$\left(\frac{\Delta X}{X}\right)^2 = \left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2$$

in ENTRAMBI i casi si sommano (in quadratura) gli errori **relativi**

Propagazione degli errori

Elevazione a potenza di una grandezza

Data la misura di una grandezza $A \pm \Delta A$ e una costante n

$$X = A^n$$

Equivale a

$$X = A \cdot A \cdot A \cdot \dots \quad n \text{ volte}$$

Essendo un prodotto di grandezze, si sommano gli **errori relativi**.

Questa volta **linearmente** perché tutte le fluttuazioni dei singoli fattori sono uguali e vanno nella stessa direzione (cioè, non sono indipendenti):

$$\Delta X/X = \Delta A/A + \Delta A/A + \Delta A/A + \dots \quad n \text{ volte}$$

$$\Delta X/X = n \cdot (\Delta A/A)$$

ESEMPIO

Propagazione degli errori nella misura di densità di una sfera

Utilizziamo le regole di propagazione degli errori per valutare l'errore sulla misura di densità di una sfera (misura indiretta).

$$\rho = M / V$$

$$\text{con } V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3$$

M = massa, V = volume, r = raggio, d = 2 · r = diametro

La formula per il calcolo dell'errore associato alla misura:

$$\Delta V / V = 3 \cdot \Delta d / d$$

$$(\Delta \rho / \rho)^2 = (\Delta M / M)^2 + (\Delta V / V)^2$$

ESEMPIO

Propagazione degli errori nella misura di viscosità

Utilizziamo le regole di propagazione degli errori per valutare l'errore sulla misura finale e per studiare degli accorgimenti per migliorare la precisione della nostra misura di viscosità.

Formula per la misura indiretta della viscosità col viscosimetro a caduta:

$$\eta = 2/9 \cdot r^2 \cdot (\rho_S - \rho_F) \cdot g \cdot T / L$$

Formula per il calcolo dell'errore associato alla misura:

$$\begin{aligned} (\Delta\eta / \eta)^2 = & (2 \cdot \Delta r / r)^2 \\ & + (\Delta(\rho_S - \rho_F) / (\rho_S - \rho_F))^2 \\ & + (\Delta T / T)^2 \\ & + (\Delta L / L)^2 \end{aligned}$$