



Esercizi 1 & 2

per Tossicologia dell'Ambiente

AA2007/08

F.-L. Navarria



1.1 Calcolo della media aritmetica di dati raggruppati

Classe	Limiti	Frequenza			
		x'_i	x_i	f_i	$f_i x'_i$
1	475-499	487.5	1	1	1
2	500-524	512.5	9	18	36
3	525-549	537.5	10	30	90
4	550-574	562.5	27	108	432
5	575-599	587.5	23	115	575
6	600-624	612.5	20	120	720
7	625-649	637.5	9	63	441
8	650-674	662.5	0	0	0
9	675-699	687.5	1	9	81
Σ totale			100	464	2376

x_i sono i valori centrali dei singoli Intervalli (marker)

Per semplificare i conti usiamo x'
 $x = 25 \cdot x' + 462.5$

$n = 100$ – numero di dati
 $N = 9$ – numero di classi
(le Σ sono sul numero di classi)

$$\underline{x'} = (\Sigma f_i x'_i) / (\Sigma f_i) = 4.64$$

$$\underline{x} = 25 \cdot 4.64 + 462.5 = 578.5$$

Media campionaria

$$\mu = 580$$

Media della popolazione:
i dati sono stati generati
random con $\mu=580$, $\sigma=40$

OK



1.2 Centro dell'intervallo, mediana, moda (dati non raggruppati)

Dati TAS - ordinati su 5 colonne

504	524	491	511	512
507	541	502	514	535
515	542	511	528	541
534	550	521	549	549
553	555	533	550	553
557	556	553	554	563
558	569	554	566	565
558	577	556	580	569
570	580	557	585	573
571	590	560	587	576
573	601	561	589	579
575	604	568	591	581
579	605	569	593	594
580	608	579	600	597
589	620	592	603	607
591	621	599	606	618
592	624	605	611	618
603	629	618	616	624
612	633	646	638	634
630	636	695	639	639

$$(x_{\min} + x_{\max})/2 = \\ (491 + 695)/2 = 593$$

**multimodale: 553,
569, 579, 580, 618
compaiono 3 volte**

**mediana = 578 = (577 + 579)/2
in genere valore centrale (media
dei due valori centrali) per n
dispari (pari)**



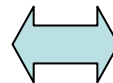
1.3 Moda e mediana di dati raggruppati

Classe	Limiti	Frequenza	
x'_i	x_i	f_i	
1	475-499	487.5	1
2	500-524	512.5	9
3	525-549	537.5	10
4	550-574	562.5	27
5	575-599	587.5	23
6	600-624	612.5	20
7	625-649	637.5	9
8	650-674	662.5	0
9	675-699	687.5	1

Moda = 562.5
classe con frequenza più elevata

Mediana = 578.3
= 575 + [50 - 47]*25/23
= $L_1 + [n/2 - (\Sigma f)_1]c/f_{med}$
 L_1 – confine inferiore della classe mediana
 $(\Sigma f)_1$ – Σ frequenze classi inferiori alla classe mediana
c – ampiezza della “ “
 f_{med} – frequenza “ “ “

N = 9 (classi) dispari:
se prendo il marker
della classe mediana
ho **587.5**





2.1 Calcolo della deviazione standard di dati raggruppati

Classe	Limiti		Frequenza		
	x'_i	x_i	f_i	$f_i x'_i$	$f_i x_i^2$
1	475-499	487.5	1	1	1
2	500-524	512.5	9	18	36
3	525-549	537.5	10	30	90
4	550-574	562.5	27	108	432
5	575-599	587.5	23	115	575
6	600-624	612.5	20	120	720
7	625-649	637.5	9	63	441
8	650-674	662.5	0	0	0
9	675-699	687.5	1	9	81
Σ totale			100	464	2376

Con alcuni passaggi si può ottenere una formula agile da calcolare

$$s'^2 = (\Sigma f_i x_i'^2 - n \underline{x}'^2) / (n - 1)$$

con la Σ da 1 a 9 (classi)

dimostr. abbrev. (facolt.)

$$s'^2 = \frac{\sum f_i (x'_i - \underline{x}')^2}{\sum f_i - 1} = \frac{\sum f_i x_i'^2 - 2 \underline{x}' \sum f_i x'_i + \underline{x}'^2 \sum f_i}{\sum f_i - 1} = \frac{\sum f_i x_i'^2 - n \underline{x}'^2}{n - 1}$$

$$s'^2 = 2.253$$

$$s' = 1.501$$

$$s = 25 * s' = 37.52$$

$$\sigma = 40$$

OK?



2.2 Range/ampiezza dell'intervallo, quantili (dati non raggruppati)

Dati TAS - in ordine crescente

491	550	569	589	611
502	550	569	590	612
504	553	569	591	616
507	553	570	591	618
511	553	571	592	618
511	554	573	592	618
512	554	573	593	620
514	555	575	594	621
515	556	576	597	624
521	556	577	599	624
524	557	579	600	629
528	557	579	601	630
533	558	579	603	633
534	558	580	603	634
535	560	580	604	636
541	561	580	605	638
541	563	581	605	639
542	565	585	606	639
549	566	587	607	646
549	568	589	608	695

$$\text{Range} = x_{\max} - x_{\min} \\ = 695 - 491 = 204$$

Decili

$$D_1 = 522.5 \quad \dots \quad D_9 = 626.5 \quad D_{10} = 695!$$

Quartili

$$Q_1 = 553.5 \quad Q_2 = \text{Mediana} = 578 \\ Q_3 = 604.5 \quad Q_4 = 695!$$

Semidifferenza interquartile

$$(Q_3 - Q_1)/2 = 25.5$$

Percentili

$$P_{70} = 599.5 \quad \text{etc.}$$



2.3 Range, quantili (dati raggruppati)

Classe	Limiti	Frequenza	
x'_i	x_i	f_i	
1	475-499	487.5	1
2	500-524	512.5	9
3	525-549	537.5	10
4	550-574	562.5	27
5	575-599	587.5	23
6	600-624	612.5	20
7	625-649	637.5	9
8	650-674	662.5	0
9	675-699	687.5	1

$$\text{Range} = x_N - x_1 + c = 225$$

I Quartile \Leftrightarrow 25% dei dati

$$Q_1 = 554.6$$

$$= 550 + [25 - 20] * 25 / 27$$

$$= L_1 + [n/4 - (\Sigma f)_1] c / f_{Q_1}$$

L_1 – confine inferiore della classe che contiene Q_1

$(\Sigma f)_1$ – Σ frequenze classi

inferiori alla classe di Q_1

c – ampiezza della “ “

f_{Q_1} – frequenza “ “ “

etc.

In questo caso, con $n = 100$,
le frequenze assolute sono
uguali a quelle relative * 100!