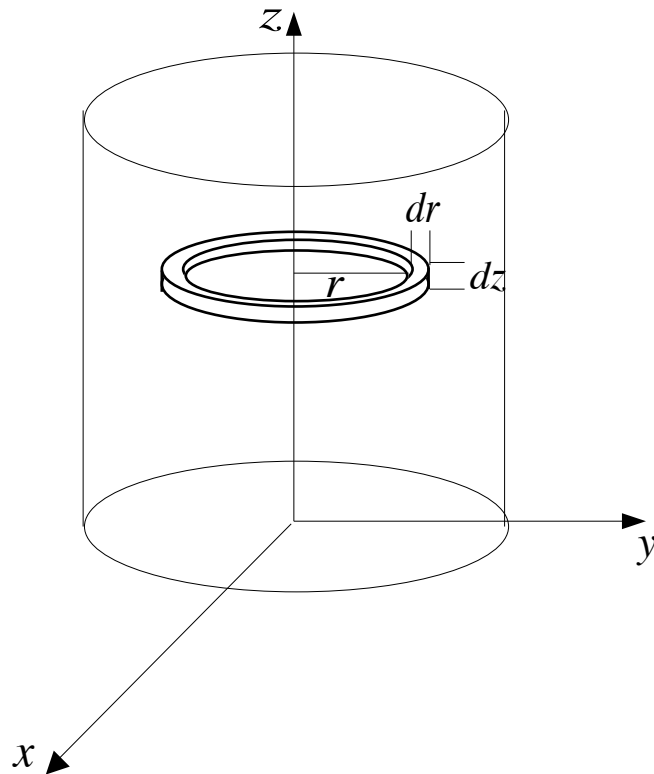


Centro di massa di un cilindro omogeneo di massa m , raggio R ed altezza L



Consideriamo un anello infinitesimo di raggio r , spessore dr ed altezza dz . L'area della base dell'anello si ottiene differenziando l'area di un cerchio di raggio r :

$$S = \pi r^2 \Rightarrow S_{dV} = dS = \frac{dS}{dr} dr = 2\pi r dr$$

Il volume dell'anello è dato allora dal prodotto dell'area appena trovata per l'altezza dz :

$$dV = dS dz = 2\pi r dr dz$$

Applicando la definizione di centro di massa otteniamo:

$$\begin{cases} mx_{CM} = \int_V 0 = 0 \\ my_{CM} = \int_V 0 = 0 \\ mz_{CM} = \int_V z \rho 2\pi r dr dz = 2\pi \rho \int_0^R r dr \int_0^L z dz \end{cases}$$

Integrando su tutto il volume si ottiene:

$$mz_{CM} = 2\pi \rho \int_0^R r dr \int_0^L z dz = 2\pi \rho \frac{1}{2} R^2 \frac{1}{2} L^2 = \frac{1}{2} \pi \rho L^2 R^2$$

$$z_{CM} = \frac{\pi \rho R^2 L L}{m} = \frac{M L}{M} = \frac{L}{2}$$