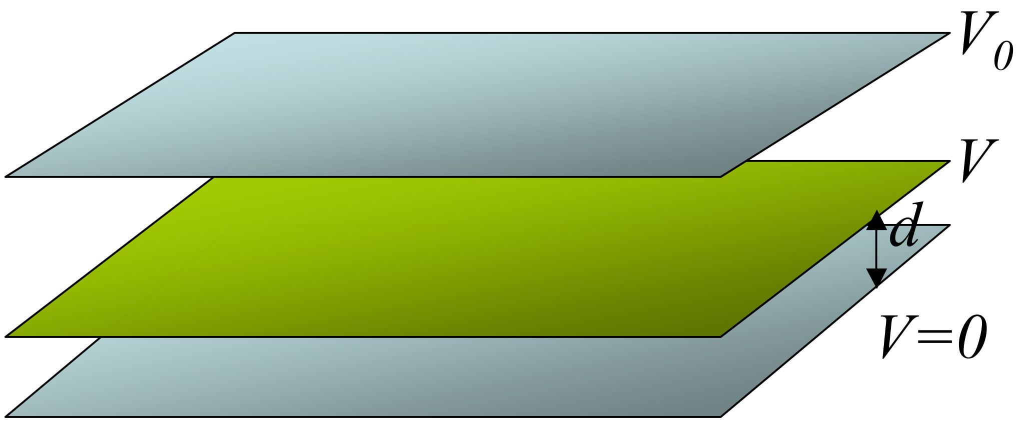
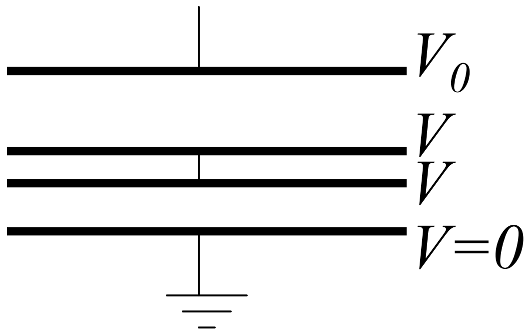
Università di Bologna
Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria
IIª Facoltà - Cesena

Esercitazioni del corso di Fisica Generale L-B

Il sistema rappresentato in figura è costituito da un condensatore di capacità $C = 295\ pF$ tra le cui armature, fisse e poste a distanza h l'una dall'altra, è interposta una lamina conduttrice di massa $m = 1\ g$. L'armatura inferiore è a potenziale nullo mentre la lamina ha un potenziale $V = 700\ Volt$. La superficie delle armature e della lamina sono uguali e pari a 1 m^2. Si vuole determinare il potenziale V_0 a cui bisogna porre l'armatura superiore affinché la lamina rimanga in equilibrio ad una distanza d dall'armatura inferiore.



Il sistema è equivalente a due condensatori collegati in serie:



Sia l'armatura inferiore che quella superiore attraggono la lamina conduttrice che quindi è sottoposta a tre forze: la forza peso e le due forze di natura elettrostatica esercitate dalle due armature. Determiniamo la forza con cui le armature attraggono la lamina a partire dall'espressione del lavoro necessario per caricare le armature di un condensatore

$$L = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 S x$$

dove *S* è la superficie delle armature, *x* la distanza che le separa ed *E* il campo elettrico presente tra le armature. La forza con cui le armature si attraggono è quindi per definizione *(dL = F dx)*

$$F = \frac{dL}{dx} = \frac{d}{dx}\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 Sx = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 S$$

D'altra parte il campo *E* può essere espresso in funzione della differenza di potenziale tra l'armatura inferiore e la lamina, distanti *d*:

$$\Delta V = V - 0 = V = Ed \quad \Rightarrow \quad E = \frac{V}{d}$$

per cui la forza esercitata dall'armatura inferiore, diretta verso il basso, vale

$$F_1 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{V^2}{d^2} S$$

mentre per la forza esercitata dall'armatura superiore, diretta verso l'alto, si ha

$$\Delta V = V_0 - V = E(h - d) \quad \Rightarrow \quad E = \frac{V_0 - V}{h - d}$$

$$F_2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{(V_0 - V)^2}{(h - d)^2} S$$

A sua volta la distanza *h* tra le due armature può essere calcolata dalla definizione di capacità di un condensatore a facce piane e parallele:

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{h}$$

da cui

$$h = \varepsilon_0 \frac{S}{C} = 8.85 \times 10^{-12} \frac{1}{295 \times 10^{-12}} = 3 \times 10^{-2}\, m$$

All'equilibrio la somma delle forze che agiscono sulla lamina conduttrice deve essere nulla:

$$F_2 - mg - F_1 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{(V_0 - V)^2}{(h-d)^2} S - \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{V^2}{d^2} S - mg = 0$$

$$(V_0 - V)^2 = \frac{V^2}{d^2}(h-d)^2 + 2\frac{mg(h-d)^2}{\varepsilon_0 S}$$

Il potenziale da applicare all'armatura superiore vale quindi

$$V_0 = V + (h-d)\sqrt{\frac{V^2}{d^2} + 2\frac{mg}{\varepsilon_0 S}} = 2390V$$