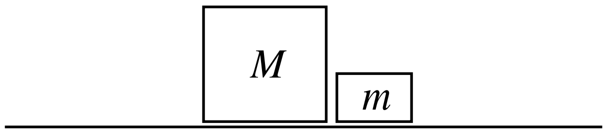
Conservazione della quantità di moto (1/3)



Consideriamo un sistema costituito da due corpi di massa M ed m posti su un piano orizzontale senza attrito, inizialmente fermi (rispetto ad un certo sistema di riferimento inerziale). Supponiamo che ad un dato istante il corpo di massa m, a seguito dell'azione di una forza interna al sistema, si muova in una certa direzione con velocità v_f. Ci chiediamo cosa succede al corpo di massa M, in particolare se rimane fermo o acquista anche esso una velocità e, in caso affermativo, ne vogliamo determinare il valore.

Riassumiamo i dati del problema:

$$M = 80kg$$
$$m = 2kg$$
$$V_i = 0ms^{-1}$$
$$v_i = 0ms^{-1}$$

La natura dell'interazione che provoca il cambiamento di moto del sistema non è nota. Tuttavia, dalla terza legge di Newton, sappiamo che se il corpo di massa m ha acquisito, a seguito dell'azione di questa forza incognita, una accelerazione in una data direzione, il corpo di massa M ha subito a sua volta l'azione di una forza uguale in modulo e direzione e contraria in verso tale da imprimergli una accelerazione diretta lungo la stessa retta; possiamo quindi scegliere un sistema di coordinate tale che la retta lungo la quale si svolge.tutto il moto coincida con l'asse delle ascisse, per cui l'espressione in componenti delle velocità risulta:

$$\vec{V} = V\hat{i}$$
$$\vec{v} = v\hat{i}$$

La quantità di moto del sistema ad un istante generico sarà allora data da

$$\vec{Q} = M\vec{V} + m\vec{v} = MV\hat{i} + mv\hat{i}$$

Conservazione della quantità di moto (2/3)

per cui possiamo passare al linguaggio delle componenti e scrivere:

$$Q = MV + mv$$

Il principio della conservazione della quantità di moto di un sistema isolato si può esprimere nel modo seguente:

$$\Delta Q = 0$$

Il nostro sistema, costituito dalle due masse M ed m, può considerarsi isolato perché la forza peso è compensata dalla reazione vincolare del piano orizzontale e quindi la risultante delle forze esterne è nulla.
Poiché è

$$\Delta Q = Q_f - Q_i$$

dove Q_i e Q_f sono le quantità di moto del sistema calcolate rispettivamente prima e dopo l'interazione tra le due masse, allora possiamo scrivere

$$Q_f - Q_i = 0$$

cioè

$$Q_f = Q_i$$

Calcoliamo quindi Q_i e Q_f. Prima dell'interazione le due masse sono ferme per cui

$$Q_i = MV_i + mv_i = M \cdot 0 + m \cdot 0 = 0$$

Subito dopo invece si ha

$$Q_f = MV_f + mv_f$$

per cui applicando la relazione di conservazione $Q_i = Q_f$ otteniamo

$$MV_f + mv_f = 0$$

Conservazione della quantità di moto (3/3)

ovvero

$$MV_f = -mv_f$$

Risolvendo rispetto a V_f otteniamo la velocità di M:

$$V_f = -\frac{m}{M}v_f$$

Se $v_f = 7ms^{-1}$ allora

$$V_f = -\frac{2kg}{80kg}7ms^{-1} = -0.175ms^{-1}$$