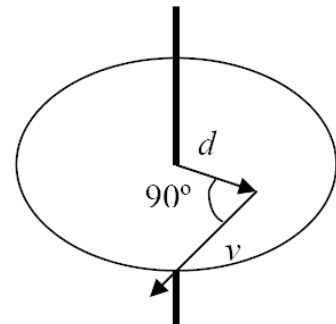


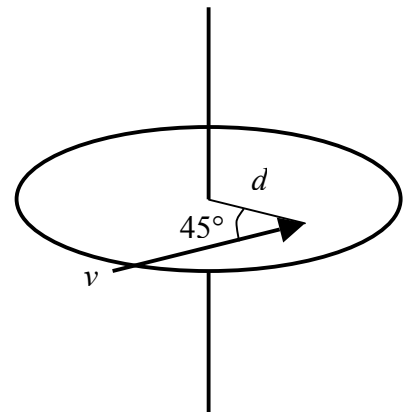
## A

1. Discutere le proprietà della forza di attrazione gravitazionale.
2. Enunciare e dimostrare il teorema di Huygens-Steiner.
3. Se un punto materiale si muove intorno ad un centro di riduzione con velocità areolare costante:
  - a) la sua traiettoria è circolare;
  - b) la componente tangenziale dell'accelerazione è nulla;
  - c) il vettore accelerazione è diretto verso il centro di riduzione.
 Dire quale delle affermazioni è giusta e motivare.
4. Un proiettile di massa  $M = 10 \text{ kg}$  viene lanciato verticalmente verso l'alto con velocità  $v_0 = 75 \text{ m/s}$ . A  $285.15 \text{ m}$  di altezza esplose in tre frammenti. Subito dopo lo scoppio i frammenti, rispettivamente di massa  $m_1 = 4 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 2 \text{ kg}$  ed  $m_3$  sconosciuta, viaggiano con velocità  $\vec{v}_1 = (3\hat{i} + 2\hat{j})\text{m/s}$ ,  $\vec{v}_2 = (\vec{v}_1 \wedge \hat{k})\text{m/s}$  e  $\vec{v}_3 = \vec{v}_x \text{ m/s}$  rispetto ad una terna cartesiana con l'asse  $z$  verso l'alto e con origine nel punto dell'esplosione:
  - a) calcolare la velocità del proiettile subito prima dello scoppio;
  - b) calcolare la velocità del terzo frammento.
5. Verificare se il campo di forze  $\vec{F}(x, y, z) = -\alpha [3x^2z\hat{i} + 4yz^2\hat{j} + (x^3 + 4y^2z)\hat{k}] \text{ N}$  è conservativo. Calcolare il lavoro compiuto dalla forza quando sposta il suo punto di applicazione dall'origine  $O(0,0,0)$  della terna cartesiana al punto  $A(5,0,5)$ , lungo una traiettoria circolare contenuta nel piano  $xz$ , avente per diametro il segmento  $A - O$ . Si assuma  $\alpha = 2$  e le lunghezze espresse in metri.
6. Una persona di  $80 \text{ kg}$  sta su una piattaforma circolare di raggio  $R = 1 \text{ m}$  e massa  $M = 200 \text{ kg}$ . La persona sta alla distanza  $d = 0.60 \text{ m}$  dall'asse di rotazione. Il sistema è inizialmente a riposo quando la persona lancia una palla da  $2 \text{ kg}$ , con velocità  $v = 7 \text{ m/s}$  parallela alla piattaforma e radente la stessa senza attrito (vedi figura). Il momento d'inerzia della piattaforma rispetto all'asse di rotazione è  $I = (1/2)MR^2$ . Calcolare:
  - a) il momento della quantità di moto della palla rispetto al centro della piattaforma al momento del lancio;
  - b) la velocità angolare che acquista la piattaforma.
7. Una tavola di legno di massa  $m = 4 \text{ kg}$  lunga  $l = 2 \text{ m}$  galleggia sull'acqua senza attrito alcuno. Su un suo estremo si trova una rana di massa  $m_r = 100 \text{ g}$ . Se la rana salta con velocità  $v_0$  formando un angolo di  $15^\circ$  con l'orizzontale, trovare il valore di  $v_0$  che la fa ricadere esattamente all'altro estremo della tavola ( $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ).



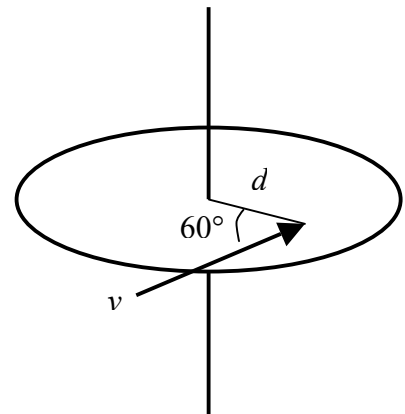
## B

8. Discutere le proprietà del centro di massa.
9. Enunciare e dimostrare il teorema delle forze vive.
10. Se un punto materiale si muove di moto armonico.  
 a) la sua traiettoria è circolare;  
 b) la sua accelerazione è proporzionale allo spostamento dal centro di oscillazione;  
 c) quando l'accelerazione è minima la velocità è minima.  
 Dire quale delle affermazioni è giusta e motivare.
11. Tre razzi di massa rispettivamente  $m_1=3 \text{ kg}$ ,  $m_2=5 \text{ kg}$  e  $m_3=4 \text{ kg}$  vengono lanciati con velocità rispettivamente  $\vec{v}_1 = (\hat{i} + 3\hat{j})m/s$ ,  $\vec{v}_2 = \vec{v}_x m/s$  e  $\vec{v}_3 = (\vec{v}_1 \wedge \hat{i})m/s$ . Ad un dato istante i razzi giungono contemporaneamente in un punto  $O$  dando luogo ad un urto completamente anelastico e successivamente procedono come un corpo unico. Subito dopo l'urto il corpo costituito dai tre razzi procede con velocità  $\vec{V} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k})m/s$ .  
 a) Calcolare la velocità  $\vec{v}_2$  del secondo razzo prima dell'urto;  
 b) Calcolare la quota massima, rispetto alla quota del punto  $O$  al quale avviene l'urto, raggiunta dal corpo costituito dai tre razzi.
12. Verificare se il campo di forze  $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha[3x^2y\hat{i} + (x^3 + 4yz^2)\hat{j} + 4y^2z\hat{k}]N$  è conservativo. Calcolare il lavoro compiuto dalla forza quando sposta il suo punto di applicazione dall'origine  $O(0,0,0)$  della terna cartesiana al punto  $A(5,0,5)$ , lungo la traiettoria parabolica definita dall'equazione  $x = (1/5)z^2$  contenuta nel piano  $xz$ . Si assuma  $\alpha = -2$  e le lunghezze espresse in metri.
13. Una persona di  $75 \text{ kg}$  sta su una piattaforma circolare di raggio  $R = 2 \text{ m}$  e massa  $M = 250 \text{ kg}$ , a distanza  $d = 0.80 \text{ m}$  dall'asse di rotazione. Il sistema è inizialmente a riposo quando la persona intercetta una palla di massa  $m = 1 \text{ kg}$  che giunge con velocità  $v = 9 \text{ m/s}$  parallela alla piattaforma e la cui direzione forma un angolo di  $45^\circ$  con la congiungente tra l'asse di rotazione e la persona (vedi figura). Il momento d'inerzia della piattaforma rispetto all'asse di rotazione è  $I = (1/2)MR^2$ . Calcolare:  
 a) il momento della quantità di moto della palla rispetto al centro della piattaforma un istante prima che la persona la intercetti;  
 b) la velocità angolare che acquista la piattaforma dopo che la persona ha intercettato la palla.
14. Una tavola di legno di massa  $m = 3 \text{ kg}$  lunga  $l$  galleggia sull'acqua senza attrito alcuno. Su un suo estremo si trova una rana di massa  $m_r = 200 \text{ g}$ . Se la rana salta con velocità  $v_0 = 2.5 \text{ m/s}$  formando un angolo di  $15^\circ$  con l'orizzontale, trovare il valore minimo di  $l$  che la fa ricadere esattamente all'altro estremo della tavola ( $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ).



**C**

15. Discutere il principio di conservazione della quantità di moto.
16. Definire e discutere il momento di inerzia.
17. Si consideri un punto materiale che si muove nello spazio di moto accelerato.
- L'accelerazione è uno scalare il cui valore è il rapporto tra la variazione di velocità e l'intervallo di tempo in cui avviene tale variazione;
  - se in un dato istante la velocità è nulla lo è anche l'accelerazione;
  - l'accelerazione è un vettore diretto come la derivata della velocità.
- Dire quale delle affermazioni è giusta e motivare.
18. Tre razzi di massa rispettivamente  $m_1 = 4 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 2 \text{ kg}$  e  $m_3 = 5 \text{ kg}$  vengono lanciati con velocità rispettivamente  $\vec{v}_1 = (\vec{v}_2 \wedge \hat{i}) \text{ m/s}$ ,  $\vec{v}_2 = (-4\hat{i} + 6\hat{j} + 12\hat{k}) \text{ m/s}$  e  $\vec{v}_3 = \vec{v}_x \text{ m/s}$ . Ad un dato istante i razzi giungono contemporaneamente in un punto  $O$  dando luogo ad un urto completamente anelastico e successivamente procedono come un corpo unico. Subito dopo l'urto il corpo costituito dai tre razzi procede con velocità  $\vec{V} = (2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}) \text{ m/s}$ .
- Calcolare la velocità  $\vec{v}_3$  del terzo razzo prima dell'urto;
  - Calcolare la quota massima, rispetto alla quota del punto  $O$  al quale avviene l'urto, raggiunta dal corpo costituito dai tre razzi.
19. Verificare se il campo di forze  $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha[(y^3 + 4xz^2)\hat{i} + 3xy^2\hat{j} + 4x^2z\hat{k}] \text{ N}$  è conservativo. Calcolare il lavoro compiuto dalla forza quando sposta il suo punto di applicazione dall'origine  $O(0,0,0)$  della terna cartesiana al punto  $A(4,0,4)$ , lungo una traiettoria parabolica definita dall'equazione  $x = (1/4)z^2$  contenuta nel piano  $xz$ . Si assuma  $\alpha = 3$  e le lunghezze espresse in metri.
20. Una persona di  $80 \text{ kg}$  sta su una piattaforma circolare di raggio  $R = 1 \text{ m}$  e massa  $M = 200 \text{ kg}$ , a distanza  $d = 0.60 \text{ m}$  dall'asse di rotazione. Il sistema è inizialmente a riposo quando la persona intercetta una palla di massa  $m = 2 \text{ kg}$  che giunge con velocità  $v = 7 \text{ m/s}$  parallela alla piattaforma e la cui direzione forma un angolo di  $60^\circ$  con la congiungente tra l'asse di rotazione e la persona (vedi figura). Il momento d'inerzia della piattaforma rispetto all'asse di rotazione è  $I = (1/2)MR^2$ . Calcolare:
- il momento della quantità di moto della palla rispetto al centro della piattaforma un istante prima che la persona la intercetti;
  - la velocità angolare che acquista la piattaforma dopo che la persona ha intercettato la palla.



## D

22. Discutere il principio di conservazione del momento angolare.
23. Enunciare e commentare le equazioni cardinali della dinamica.
24. Si consideri un pendolo semplice di lunghezza  $l$  e massa  $m$ :
- il periodo è indipendente dall'ampiezza delle oscillazioni;
  - il periodo è indipendente dalla massa;
  - l'accelerazione è totalmente diretta verso il centro di rotazione.
- Dire quale delle affermazioni è giusta e motivare.
25. Un proiettile di massa  $M = 12 \text{ kg}$  viene lanciato verticalmente verso l'alto con velocità  $v_0 = 83 \text{ m/s}$ . A  $292.75 \text{ m}$  di altezza esplose in tre frammenti. Subito dopo lo scoppio i frammenti, rispettivamente di massa  $m_1 = 5 \text{ kg}$ ,  $m_2$  sconosciuta ed  $m_3 = 3 \text{ kg}$ , viaggiano con velocità  $\vec{v}_1 = \vec{v}_x \text{ m/s}$ ,  $\vec{v}_2 = (-3\hat{j} + 4\hat{k})\text{m/s}$  e  $\vec{v}_3 = (\vec{v}_2 \wedge \hat{j})\text{m/s}$  rispetto ad una terna cartesiana con l'asse  $z$  verso l'alto e con origine nel punto dell'esplosione:
- calcolare la velocità del proiettile subito prima dello scoppio;
  - calcolare la velocità del primo frammento.
26. Verificare se il campo di forze  $\vec{F}(x, y, z) = -\alpha [4xz^2\hat{i} + 3y^2z\hat{j} + (y^3 + 4x^2z)\hat{k}]N$  è conservativo. Calcolare il lavoro compiuto dalla forza quando sposta il suo punto di applicazione dall'origine  $O(0,0,0)$  della terna cartesiana al punto  $A(6,0,6)$ , lungo una traiettoria circolare contenuta nel piano  $xz$ , avente per diametro il segmento  $A - O$ . Si assuma  $\alpha = -1$  e le lunghezze espresse in metri.
27. Una persona di  $85 \text{ kg}$  sta su una piattaforma circolare di raggio  $R = 1.5 \text{ m}$  e massa  $M = 250 \text{ kg}$ . La persona sta alla distanza  $d = 1.20 \text{ m}$  dall'asse di rotazione. Il sistema è inizialmente a riposo quando la persona lancia una palla da  $1 \text{ kg}$ , con velocità  $v = 10 \text{ m/s}$  parallela alla piattaforma e la cui direzione forma un angolo di  $30^\circ$  con la congiungente tra l'asse di rotazione e la persona (vedi figura). Il momento d'inerzia della piattaforma rispetto all'asse di rotazione è  $I = (1/2)MR^2$ . Calcolare:
- il momento della quantità di moto della palla rispetto al centro della piattaforma al momento del lancio;
  - la velocità angolare che acquista la piattaforma.

