Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
2° appello 2006 - Compito scritto - Fisica Generale L-A
(3 aprile 2006)
Prof. Maurizio Piccinini

A - soluzioni

1. Scrivere l'espressione della velocità di fuga e spiegarne il significato.

2. Spiegare perché la forza di attrito non ammette una funzione potenziale.

3. Un vagone ferroviario scoperto di massa m_v viaggia senza attrito su un percorso piano rettilineo con velocità v costante. Nel vagone è contenuta una massa di acqua $m_a = 4m_v$. Dopo un certo intervallo di tempo metà dell'acqua presente nel vagone evapora.
Dire quale tra le seguenti affermazioni è vera e spiegarne il motivo:

   a) la velocità finale del vagone è data dall'espressione $v' = \frac{3}{5}v$;
   b) la velocità finale del vagone è data dall'espressione $v' = \frac{5}{3}v$;
   c) la velocità finale del vagone è data dall'espressione $v' = v$.

   La componente orizzontale della quantità di moto si conserva:

$$(m_v + 4m_v)v = (m_v + 2m_v)v'$$

$$5m_v v = 3m_v v'$$

$$v' = \frac{5}{3}v$$

4. Il pianeta Marte ha una distanza media dal Sole di 227.9 milioni di chilometri e completa un'orbita in circa 687 giorni terrestri. Considerando l'orbita circolare calcolare:

   a) la velocità orbitale media di Marte;

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi 227.9 \times 10^6 km}{687 \cdot 86400 s} = 24.12\ km/s$$

   b) l'accelerazione centripeta.

$$a_C = \frac{v^2}{r} = \frac{581.98 km^2/s^2}{227.9 \times 10^6 km} = 2.554 \times 10^{-6} km/s^2$$

   L'orbita reale è un'ellisse di cui il Sole occupa uno dei due fuochi. Se le distanze massima e minima di Marte dal Sole lungo il semiasse maggiore sono rispettivamente $d_1 = 249.2$ e $d_2 = 206.6$ milioni di chilometri calcolare il rapporto tra le velocità v_1 e v_2 relative ai punti in cui Marte è rispettivamente più lontano e più vicino al Sole.

$$m\frac{v^2}{r} = \gamma\frac{Mm}{d^2}$$

$$v^2 = \frac{\gamma M r}{d^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma M r}{d^2}}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{206.6}{249.2} = 0.83$$

5. È data una forza di attrito $\vec{F}$ che agisce su un corpo di massa $m = 800\ kg$ in ragione proporzionale alla velocità secondo l'espressione $\vec{F} = -k\vec{v}$, con $k = 50\ kg/s$ (si considerino solo moti rettilinei). Se al tempo $t = 0$ il corpo ha una velocità $v_0 = 50\ km/h$ determinare:

   a) l'equazione del moto $x(t)$;

$$m\ddot{x} = -k\dot{x}$$

$$m\frac{d\dot{x}}{dt} = -k\dot{x}$$

$$m\frac{d\dot{x}}{\dot{x}} = -kdt$$

$$m\int_{\dot{x}_0}^{\dot{x}} \frac{d\dot{x}}{\dot{x}} = -k\int_0^t dt$$

$$m \ln\frac{\dot{x}}{\dot{x}_0} = -kt$$

$$\dot{x} = \dot{x}_0 e^{-\frac{k}{m}t}$$

$$\int_{x_0}^{x} \frac{dx}{dt}dt = \dot{x}_0 \int_0^t e^{-\frac{k}{m}t}dt$$

$$x - x_0 = \frac{m}{k}\dot{x}_0(1 - e^{-\frac{k}{m}t})$$

   b) la distanza percorsa e la velocità del corpo dopo un tempo $t = 4\ s$.

$$x(t = 4\ s) = 49.2\ m$$

$$\dot{x}(t = 4\ s) = 50\ km/h \cdot 0.779 = 38.94\ km/h = 10.8\ m/s$$

6. Un disco omogeneo di raggio $R = 50\ cm$ e massa $M = 200\ g$ è posto in quiete su un piano verticale, vincolato a ruotare attorno al proprio asse di simmetria. Una palla di pongo di massa $m = 70\ g$ cade, partendo da ferma, da una altezza di 5 m su un punto del disco posto ad una distanza $r = 30\ cm$ dall'asse verticale passante per il centro del disco, rimanendovi attaccata.

   a) Calcolare la velocità angolare ω_i del sistema subito dopo l'urto;

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 5} = \sqrt{98} = 9.90\ m/s$$

$$K_0 = mvRsin\theta = mvr = 0.07 \cdot 9.90 \cdot 0.3 = 0.208\ kg\ m^2 s^{-1}$$

$$K_i = I\omega_i = \left(\frac{1}{2}MR^2 + mR^2\right)\omega_i = \left(\frac{1}{2}M + m\right)R^2\omega_i$$

$$K_i = K_0$$

$$\omega_i = \frac{mvr}{\left(\frac{1}{2}M + m\right)R^2} = \frac{0.208}{0.0425} = 4.89\ s^{-1}$$

b) scrivere (senza integrarla) l'equazione oraria del moto del sistema dopo l'urto.

$$I\dot{\omega} = \left(\frac{1}{2}M + m\right)R^2\ddot{\theta} = mgRsin\theta$$

$$\left(\frac{1}{2}M + m\right)R\ddot{\theta} = mgsin\theta$$

7. Un punto materiale di massa $m = 300\ g$ è collegato ad un perno tramite una molla ideale di costante elastica $k = 500\ kg\ s^{-2}$ e lunghezza di riposo $l_0 = 3\ cm$. Il sistema ruota su un piano orizzontale attorno al perno con una velocità angolare tale da compiere un giro in 0.25 secondi.

   a) Determinare l'allungamento Δl della molla.

$$k\Delta l = m\omega^2(l_0 + \Delta l)$$

$$\Delta l = \frac{m\omega^2 l_0}{k - m\omega^2} = \frac{0.3 \cdot 631.65 \cdot 0.03}{500 - 0.3 \cdot 631.65} = \frac{5.68}{310.5} = 1.8\ cm$$

   b) Ad un certo istante il punto materiale si sgancia dalla molla. Considerando un sistema di riferimento cartesiano ortogonale centrato nel perno, con l'asse x orientato come il segmento Δl nel momento dello sgancio e l'asse z nel verso concorde con quello della velocità angolare prima dello sgancio, scrivere le equazioni parametriche del moto del punto materiale.

$$\vec{v}_0 = \omega(l_0 + \Delta l)\hat{j}$$

$$\begin{cases} x = (l_0 + \Delta l) \\ y = v_0 t = \omega(l_0 + \Delta l)t \end{cases}$$