Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
2° appello 2006 - Compito scritto - Fisica Generale L-A
(3 aprile 2006)
Prof. Maurizio Piccinini

B - soluzioni

1. Scrivere l'espressione intrinseca dell'accelerazione per un moto vario e spiegarne il significato.

2. Supponiamo di trovarci in un laboratorio con porte e finestre chiuse. Quali esperimenti possiamo condurre per verificare se ci troviamo in un sistema di riferimento inerziale o non inerziale?

3. Una pattinatrice sul ghiaccio esegue una serie di giravolte su sé stessa attorno ad un asse verticale disposto longitudinalmente al suo corpo. La pattinatrice ad un certo punto stringe le braccia attorno al corpo. Nell'ipotesi che la pattinatrice, nella fase in cui raccoglie le braccia, costituisca un sistema isolato, dire quale tra le seguenti affermazioni è vera e spiegarne il motivo:

   a) il momento angolare K si conserva: il momento di inerzia I diminuisce e di conseguenza la velocità angolare ω diminuisce;
   b) il momento angolare K si conserva: il momento di inerzia I diminuisce e di conseguenza la velocità angolare ω aumenta;
   c) il momento angolare K non si conserva perché c'è una variazione nella geometria del sistema.

$$\dot{\vec{K}} = \vec{0}$$

$$\vec{K} = cost.$$

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f$$

$$I_f < I_i \Rightarrow \omega_f > \omega_i$$

4. Un satellite artificiale di massa $m = 100\ kg$ si muove su un'orbita circolare attorno alla Terra ($R = 6.38 \times 10^6 m$, $M = 5.97 \times 10^{24} kg$) ad una quota $h = 30\ 000\ km$ dalla superficie. Calcolare ($\gamma = 6.67 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$):

   a) la velocità angolare ω del satellite;

$$m\omega^2(R+h) = \gamma\frac{Mm}{(R+h)^2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\gamma M}{(R+h)^3}} = 9.09 \times 10^{-5} s^{-1}$$

   b) il periodo T di rivoluzione.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 69100\ s$$

c) Ad un dato istante vengono accesi i motori del satellite e la quota viene aumentata di $\Delta h = 300\ km$. Calcolare la variazione dell''energia cinetica e dell'energia potenziale gravitazionale.

$$V_i = -\frac{\gamma Mm}{R+h}$$

$$V_f = -\frac{\gamma Mm}{R+h+\Delta h}$$

$$T_i = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}\frac{\gamma Mm}{R+h}$$

$$T_f = \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}\frac{\gamma Mm}{R+h+\Delta h}$$

$$\Delta T = T_f - T_i = \frac{1}{2}\gamma Mm\left(\frac{1}{R+h+\Delta h} - \frac{1}{R+h}\right) =$$
$$= \frac{1}{2}3,98\times 10^{16}\left(\frac{1}{3,668\times 10^7} - \frac{1}{3,638\times 10^7}\right) = -4.58\times 10^6\ J$$

$$\Delta V = V_f - V_i = \gamma Mm\left(\frac{1}{R+h} - \frac{1}{R+h+\Delta h}\right) =$$
$$= 3,98\times 10^{16}\left(\frac{1}{3,638\times 10^7} - \frac{1}{3,668\times 10^7}\right) = 9.15\times 10^6\ J$$

5. È data una forza di attrito $\vec{F}$ che agisce su un corpo di massa $m = 800\ kg$ in ragione proporzionale alla velocità secondo l'espressione $\vec{F} = -k\vec{v}^2$, con $k = 4\ kg/m$ (si considerino solo moti rettilinei). Se al tempo $t = 0$ il corpo ha una velocità $v_0 = 50\ km/h$ determinare:

   a) l'equazione del moto $x(t)$;

$$m\ddot{x} = -k\dot{x}^2$$

$$m\frac{d\dot{x}}{dt} = -k\dot{x}^2$$

$$m\frac{d\dot{x}}{\dot{x}^2} = -kdt$$

$$m\int_{\dot{x}_0}^{\dot{x}}\frac{d\dot{x}}{\dot{x}^2} = -k\int_0^t dt$$

$$-m(\frac{1}{\dot{x}} - \frac{1}{\dot{x}_0}) = -kt$$

$$\dot{x} = \dot{x}_0\frac{1}{1+\dot{x}_0\frac{k}{m}t}$$

$$\int_0^x dx = \dot{x}_0\int_0^t\frac{1}{1+\dot{x}_0\frac{k}{m}t}dt$$

$$x = \frac{m}{k}ln\left(1+\dot{x}_0\frac{k}{m}t\right)$$

b) la distanza percorsa e la velocità del corpo dopo un tempo $t = 5\ s$.

$$x(t = 5\ s) = 59.61\ m$$

$$\dot{x}(t = 5\ s) = 37.12\ km/h = 10.3\ m/s$$

6. Un disco omogeneo di raggio $R = 40\ cm$, massa $M = 800\ g$ e spessore trascurabile può ruotare senza attrito attorno ad un asse verticale passante per un suo diametro. Il disco si trova inizialmente in quiete quando viene raggiunto in un punto posto a distanza $d = 30\ cm$ dal centro, lungo un raggio perpendicolare all'asse di rotazione, da un proiettile di massa $m = 20\ g$ e velocità $v_0 = 80\ m/s$ perpendicolare al piano del disco. Supponendo l'urto completamente anelastico calcolare:

a) la velocità angolare ω_f acquistata dal disco;

$$K_i = dmv_0 = 0.3 \cdot 0.02 \cdot 80 = 0.48\ kg\ m^2 s^{-1}$$

$$K_f = I\omega_f$$

$$I = I_0 + md^2$$

$$\omega_f = \frac{dmv_0}{I_0 + md^2} = \frac{0.48}{\frac{1}{4}0.8 \cdot 0.16 + 0.02 \cdot 0.09} = 14.2\ s^{-1}$$

b) l'energia cinetica finale del sistema *disco + proiettile*.

$$E = T_f = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}0.034 \cdot 201.67 = 3.41\ J$$

7. Nel film *2001: Odissea nello spazio* una stazione spaziale orbitante ha la forma di una ruota. Il sistema ruota attorno ad un asse passante per il suo centro di simmetria perpendicolare al piano individuato dalla circonferenza esterna per generare al suo interno una forza che simuli la gravità terrestre.

a) Se il raggio della ruota è $R = 100\ m$ determinare la velocità angolare ω che simula l'accelerazione di gravità $g = 9.8\ m/s^2$.

$$\vec{a}_R = \vec{a}_A - \vec{a}_T - \vec{a}_C$$

$$\vec{a}_A = 0$$

$$\vec{a}_C = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_R = 2\vec{\omega} \wedge \vec{0} = \vec{0}$$

$$\vec{a}_T = \dot{\vec{\omega}} \wedge (P - O) + \vec{\omega} \wedge [\vec{\omega} \wedge (P - O)] + \vec{a}_0 = \vec{0} \wedge (P - O) + \vec{\omega} \wedge [\vec{\omega} \wedge (P - O)] + \vec{0} = \vec{\omega} \wedge [\vec{\omega} \wedge (P - O)]$$

$$\vec{a}_R = \vec{\omega} \wedge [\vec{\omega} \wedge (P - O)]$$

$$\omega^2 R = g$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}} = \sqrt{\frac{9.8}{100}} = 0.31\ s^{-1}$$

b) Se $M = 8 \times 10^4 kg$ è la massa totale della stazione spaziale, calcolare l'energia necessaria per portarla a ruotare con velocità angolare ω partendo da una condizione di quiete nell'ipotesi che la massa nei raggi sia trascurabile.

$$E = T = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} MR^2 \frac{g}{R} = \frac{1}{2} MRg = \frac{1}{2} 80000 \cdot 100 \cdot 9.8 = 3.92 \times 10^7 J$$