Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
2° appello 2006 - Compito scritto - Fisica Generale L-A
(3 aprile 2006)
Prof. Maurizio Piccinini

C - soluzioni

1. Definire il concetto di potenza e discuterne le proprietà.

2. Discutere la differenza tra urti elastici e urti anelastici.

3. Due corpi di massa m ed $M = 5\ m$ sono posti a contatto tra di loro su un piano orizzontale senza attrito. Sul corpo di massa m è applicata una forza orizzontale $\vec{F}$. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera e motivare la risposta:

   a) la forza $\vec{F}$ vale $5\ m\vec{a}$, dove $\vec{a}$ è l'accelerazione del corpo di massa m;

   b) la forza $\vec{F}$ vale $m\vec{a}$, dove $\vec{a}$ è l'accelerazione del corpo di massa m;

   c) sul corpo di massa M agisce una forza pari a $\vec{F} = 5\ m\vec{a}$, dove $\vec{a}$ è l'accelerazione del corpo di massa M.

4. Un satellite artificiale di massa $m = 150\ kg$ si muove su un'orbita circolare attorno alla Terra ($R = 6.38 \times 10^6 m$, $M = 5.97 \times 10^{24} kg$) ad una quota $h = 32\ 000\ km$ dalla superficie. Calcolare ($\gamma = 6.67 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$):

   a) la velocità angolare ω del satellite;

$$m\omega^2(R+h) = \gamma\frac{Mm}{(R+h)^2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\gamma M}{(R+h)^3}} = 8.39 \times 10^{-5}$$

   b) il periodo T di rivoluzione.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 74900\ s$$

   c) Ad un dato istante vengono accesi i motori del satellite e la quota viene aumentata di $\Delta h = 200\ km$. Calcolare la variazione dell''energia cinetica e dell'energia potenziale gravitazionale.

$$V_i = -\frac{\gamma Mm}{R+h}$$

$$V_f = -\frac{\gamma Mm}{R+h+\Delta h}$$

$$T_i = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}\frac{\gamma Mm}{R+h}$$

$$T_f = \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}\frac{\gamma Mm}{R+h+\Delta h}$$

$$\Delta T = T_f - T_i = \frac{1}{2}\gamma Mm\left(\frac{1}{R+h+\Delta h} - \frac{1}{R+h}\right) =$$
$$= \frac{1}{2}5,97 \times 10^{16}\left(\frac{1}{3,858 \times 10^7} - \frac{1}{3,838 \times 10^7}\right) = -4.18 \times 10^6\ J$$

$$\Delta V = V_f - V_i = \gamma M m \left(\frac{1}{R+h} - \frac{1}{R+h+\Delta h} \right) =$$

$$= 5,97 \times 10^{16} \left(\frac{1}{3,838 \times 10^7} - \frac{1}{3,858 \times 10^7} \right) = 8.36 \times 10^6 \ J$$

5. È data una forza di attrito $\vec{F}$ che agisce su un corpo di massa $m = 1000 \ kg$ in ragione proporzionale alla velocità secondo l'espressione $\vec{F} = -k\vec{v}^2$, con $k = 5 \ kg/m$ (si considerino solo moti rettilinei). Se al tempo $t = 0$ il corpo ha una velocità $v_0 = 60 \ km/h$ determinare:

   a) l'equazione del moto $x(t)$;

$$m\ddot{x} = -k\dot{x}^2$$

$$m\frac{d\dot{x}}{dt} = -k\dot{x}^2$$

$$m\frac{d\dot{x}}{\dot{x}^2} = -kdt$$

$$m\int_{\dot{x}_0}^{\dot{x}} \frac{d\dot{x}}{\dot{x}^2} = -k\int_0^t dt$$

$$-m(\frac{1}{\dot{x}} - \frac{1}{\dot{x}_0}) = -kt$$

$$\dot{x} = \dot{x}_0 \frac{1}{1 + \dot{x}_0 \frac{k}{m} t}$$

$$\int_0^x dx = \dot{x}_0 \int_0^t \frac{1}{1 + \dot{x}_0 \frac{k}{m} t} dt$$

$$x = \frac{m}{k} ln \left(1 + \dot{x}_0 \frac{k}{m} t \right)$$

   b) la distanza percorsa e la velocità del corpo dopo un tempo $t = 3 \ s$.

$$x(t = 3 \ s) = 44.63 \ m$$

$$\dot{x}(t = 3 \ s) = 48 \ km/h = 13.3 \ m/s$$

6. Un disco omogeneo di raggio $R = 60 \ cm$, massa $M = 900 \ g$ e spessore trascurabile può ruotare senza attrito attorno ad un asse verticale passante per un suo diametro. Il disco si trova inizialmente in quiete quando viene raggiunto in un punto posto a distanza $d = 40 \ cm$ dal centro, lungo un raggio perpendicolare all'asse di rotazione, da un proiettile di massa $m = 30 \ g$ e velocità $v_0 = 90 \ m/s$ perpendicolare al piano del disco. Supponendo l'urto completamente anelastico calcolare:

   a) la velocità angolare ω_f acquistata dal disco;

$$K_i = dmv_0 = 0.4 \cdot 0.03 \cdot 90 = 1.08 \ kg \ m^2 s^{-1}$$

$$K_f = I\omega_f$$

$$I = I_0 + md^2$$

$$\omega_f = \frac{dmv_0}{I_0 + md^2} = \frac{1.08}{\frac{1}{4}0.9 \cdot 0.36 + 0.03 \cdot 0.16} = 12.59\ s^{-1}$$

b) l'energia cinetica finale del sistema *disco + proiettile*.

$$E = T_f = \frac{1}{2} I \omega^2 = 6.797\ J$$

7. Nel film *2001: Odissea nello spazio* una stazione spaziale orbitante ha la forma di una ruota. Il sistema ruota attorno ad un asse passante per il suo centro di simmetria perpendicolare al piano individuato dalla circonferenza esterna per generare al suo interno una forza che simuli la gravità terrestre.

   a) Se il raggio della ruota è $R = 150\ m$ determinare la velocità angolare ω che simula l'accelerazione di gravità $g = 9.8\ m/s^2$.

$$\vec{a}_R = \vec{a}_A - \vec{a}_T - \vec{a}_C$$

$$\vec{a}_A = 0$$

$$\vec{a}_C = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_R = 2\vec{\omega} \wedge \vec{0} = \vec{0}$$

$$\vec{a}_T = \dot{\vec{\omega}} \wedge (P - O) + \vec{\omega} \wedge [\vec{\omega} \wedge (P - O)] + \vec{a}_0 = \vec{0} \wedge (P - O) + \vec{\omega} \wedge [\vec{\omega} \wedge (P - O)] + \vec{0} = \vec{\omega} \wedge [\vec{\omega} \wedge (P - O)]$$

$$\vec{a}_R = \vec{\omega} \wedge [\vec{\omega} \wedge (P - O)]$$

$$\omega^2 R = g$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}} = \sqrt{\frac{9.8}{150}} = 0.256\ s^{-1}$$

   b) Se $M = 1.2 \times 10^5 kg$ è la massa totale della stazione spaziale calcolare l'energia necessaria per portarla a ruotare con velocità angolare ω partendo da una condizione di quiete nell'ipotesi che la massa nei raggi sia trascurabile.

$$E = T = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} MR^2 \frac{g}{R} = \frac{1}{2} MRg = \frac{1}{2} 120\ 000 \cdot 150 \cdot 9.8 = 8.82 \times 10^7\ J$$