Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Appello per fuori corso 2006 - Compito scritto - Fisica Generale L-B
(24 maggio 2006)
Prof. Maurizio Piccinini

Soluzioni

1. Dimostrare la legge di Gauss per il campo elettrostatico.

2. Discutere le differenze tra il campo elettrostatico e il campo magnetico.

3. Al livello del mare una pentola d'acqua bolle a $100°C$. Se la pentola viene portata a 1000 metri di quota l'acqua bolle:

   a) ad una temperatura maggiore;
   b) ad una temperatura minore;
   c) alla stessa temperatura.

   Dire quale tra le precedenti affermazioni è vera e spiegarne il motivo.

4. Un condensatore di capacità $C = 3\ \mu F$, dopo essere stato caricato ad una differenza di potenziale $V_0 = 200\ V$, viene collegato ad un circuito (vedi figura), dove $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 8\ M\Omega$, e lasciato scaricare. Determinare:

   a) la resistenza equivalente del circuito;

$$R_{TOT} = R_1 + \frac{R_3(R_2 + R_4)}{R_3 + (R_2 + R_4)} = \frac{5}{3}\ R = \frac{5}{3}\ 8\ M\Omega = 13.\bar{3}\ M\Omega$$

   b) l'energia totale dissipata per effetto Joule.

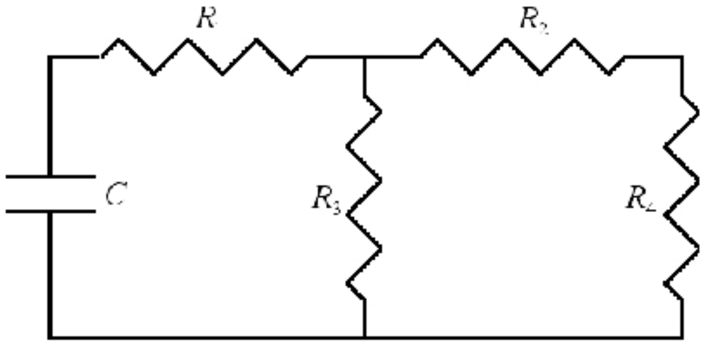
$$\Delta V = \frac{Q}{C} = R_{TOT}\ i = \frac{5}{3}\ Ri$$

$$\frac{i}{C} = -\frac{5}{3}\ R\frac{di}{dt}$$

$$\frac{di}{i} = -\frac{3}{5}\frac{1}{RC}dt$$

$$i(t) = \frac{3V_0}{5R}e^{-\frac{3t}{5RC}}$$

$$E_J = \int_0^{\infty} \frac{5}{3}\ R\left(\frac{3V_0}{5R}\right)^2 e^{-\frac{6t}{5RC}}\ dt = -\frac{3}{5}\frac{V_0^2}{R}\frac{5RC}{6}\left[e^{-\frac{6t}{5RC}}\right]_0^{\infty} = \frac{1}{2}\ CV_0^2 = \frac{1}{2}\ 3\times10^{-6}\cdot4\times10^4 = 6\times10^{-2}\ J$$



5. Una certa quantità di ossigeno compie il ciclo ABC costituito dalle seguenti trasformazioni quasi statiche:

AB - isocora;

BC - isoterma;

CA - isobara.

Considerando l'ossigeno come un gas perfetto biatomico e sapendo che:

$$\begin{cases} p_A = 1\ atm \\ p_B = 2\ atm \\ V_A = 2\ l \\ V_C = 4\ l \end{cases}$$

a) tracciare in un diagramma $p - V$ il grafico qualitativo della trasformazione;

b) calcolare il calore scambiato nelle singole trasformazioni;

$$Q_{AB} = n\, c_V \int_{T_A}^{T_B} dT = n\, c_V\, (T_B - T_A) = n\, \frac{5}{2}\, R\, \left(\frac{p_B V_B}{n\ R} - \frac{p_A V_A}{n\ R}\right) = \frac{5}{2}(4.04 - 2.02) \cdot 10^2\, J = 5.05 \cdot 10^2\ J$$

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} + L_{BC}$$

$$\Delta U_{BC} = 0$$

$$Q_{BC} = \int_B^C p\ dV = n\ R\ T_B\ \ln \frac{V_C}{V_B} = p_B V_B \ln \frac{V_C}{V_B} = 4.04 \cdot 10^2\ J \cdot \ln 2 = 2.8 \cdot 10^2\ J$$

$$Q_{CA} = n \int_C^A c_p\, dT = n\, c_p\, (T_A - T_C) = n\, \frac{7}{2}\, R\, \left(\frac{p_A V_A}{n\ R} - \frac{p_C V_C}{n\ R}\right) = \frac{7}{2}(2.02 - 4.04) \cdot 10^2\ J = -7.07 \cdot 10^2\ J$$

c) calcolare il lavoro compiuto dal gas in un ciclo.

$$L_{TOT} = Q_{TOT} - \Delta U_{TOT}$$

$$\Delta U_{TOT} = 0$$

$$L_{TOT} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = (5.05 + 2.8 - 7.07) \cdot 10^2\ J = 0.78 \cdot 10^2\ J$$

6. Un atomo di idrogeno può essere schematizzato classicamente come una carica negativa (l'elettrone) in moto su un'orbita circolare attorno ad una carica positiva (il protone). Se le due cariche valgono in valore assoluto $Q = 1.6 \times 10^{-19}\ C$ determinare:

a) il raggio minimo dell'orbita;

$$m_e \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

$$v_{max}^2 = c^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e r_{min}}$$

$$\begin{aligned} r_{min} &= \tfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\tfrac{e^2}{mc^2} \\ &= \tfrac{1}{4\ \pi\ 8.854\times10^{-12}}\tfrac{(1.60\times10^{-19})^2}{9.11\times10^{-31}\cdot(2.99\times10^{8})^2} \\ &= \tfrac{1}{111.26\times10^{-12}}\tfrac{2.56\times10^{-38}}{9.11\times10^{-31}\cdot8.94\times10^{16}} \\ &= 2.83\times10^{-4}\times10^{-11}\ m \\ &= 2.83\times10^{-15}\ m \end{aligned}$$

b) il momento magnetico.

$$S = \pi r_{min}^2$$

$$\Delta t = \frac{2\pi r_{min}}{c}$$

$$I = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{Qc}{2\pi r_{min}}$$

$$\begin{aligned} m &= IS \\ &= \tfrac{Qc}{2\pi r_{min}}\pi r_{min}^2 \\ &= \tfrac{Qcr_{min}}{2} \\ &= \tfrac{1.60\times10^{-19}\cdot2.99\times10^{8}\cdot2.83\times10^{-15}}{2} \\ &= \tfrac{13.54\times10^{-26}}{2} \\ &= 6.77\times10^{-26} A\ m^2 \end{aligned}$$

7. In un tubo a raggi catodici gli elettroni, estratti con velocità trascurabile da un filamento surriscaldato per effetto Joule, penetrano in una regione di lunghezza $d_1 = 2\ cm$ in cui è presente un campo $\vec{E}_l = 5\times10^4\ V/m$ diretto come in figura. Successivamente attraversano un'altra regione di lunghezza $d_2 = 5.2\ cm$ in cui è presente un campo $\vec{E}_t$ diretto perpendicolarmente al primo e, dopo aver percorso una distanza $d_3 = 28\ cm$, raggiungono uno schermo di altezza totale $l = 30\ cm$. Calcolare:

a) l'intervallo di tempo Δt che l'elettrone impiega per raggiungere lo schermo;

$$d_1 = \frac{1}{2}\ at_1^2 = \frac{1}{2}\frac{eE_l}{m_e}\ t_1^2$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2d_1 m_e}{eE_l}} = \sqrt{\frac{2\cdot0.02\cdot9.11\times10^{-31}}{1.60\times10^{-19}\cdot5\times10^4}} = \sqrt{\frac{3.64\times10^{-32}}{8.0\times10^{-15}}} = \sqrt{4.56\times10^{-18}} = 2.13\times10^{-9}\ s$$

$$\frac{1}{2}\ m_e v_1^2 = e\Delta V_1 = eE_l d_1$$

$$v_1^2 = \frac{2eE_l d_1}{m_e}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2eE_l d_1}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\cdot1.60\times10^{-19}\cdot5\times10^4\cdot0.02}{9.11\times10^{-31}}} = \sqrt{\frac{3.2\times10^{-16}}{9.11\times10^{-31}}} = \sqrt{3.51\times10^{14}} = 1.87\times10^{7}\ m/s$$

$$t_2 = \frac{d_2}{v_1} = \frac{0.052\ m}{1.87\times10^7\ m/s} = 2.77\times10^{-9}\ s$$

$$t_3 = \frac{d_3}{v_1} = \frac{0.28\ m}{1.87\times10^7\ m/s} = 1.50\times10^{-8}\ s$$

$$\Delta t = t_1 + t_2 + t_3 = (2.13 + 2.77 + 15.0)\times10^{-9}\ s = 1.99\times10^{-8}\ s$$

b) l'intensità e il verso del campo elettrico $\vec{E}_t$ necessario affinché l'elettrone raggiunga l'estremo superiore dello schermo.

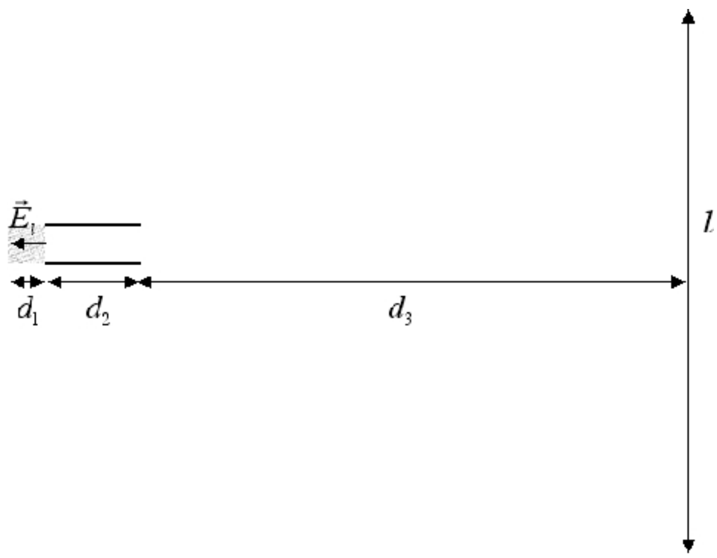
$$y_1 = \frac{1}{2}\frac{eE_t}{m_e}\ t_2^2$$

$$v_y = \frac{eE_t}{m_e}\ t_2$$

$$y_2 = v_y t_3 = \frac{eE_t}{m_e}\ t_2 t_3$$

$$\frac{l}{2} = y_1 + y_2 = \frac{1}{2}\frac{eE_t}{m_e}\ t_2^2 + \frac{eE_t}{m_e}\ t_2 t_3 = \frac{eE_t}{m_e}\ t_2\left(\frac{t_2}{2} + t_3\right)$$

$$\begin{aligned}
E_t &= \tfrac{m_e l}{2e}\tfrac{1}{t_2\left(\frac{t_2}{2}+t_3\right)} \\
&= \tfrac{9.11\times10^{-31}\cdot0.30}{2\cdot1.60\times10^{-19}}\tfrac{1}{2.77\times10^{-9}\left(\frac{2.77\times10^{-9}}{2}+15.0\times10^{-9}\right)} \\
&= \tfrac{2.73\times10^{-31}}{3.2\times10^{-19}}\tfrac{1}{2.77\times10^{-9}(1.39\times10^{-9}+15.0\times10^{-9})} \\
&= \tfrac{2.73\times10^{-31}}{3.2\times10^{-19}}\tfrac{1}{2.77\times10^{-9}\cdot16.39\times10^{-9}} \\
&= 8.53\times10^{-13}\tfrac{1}{4.54\times10^{-17}} \\
&= 1.88\times10^{4}\ V/m
\end{aligned}$$



Massa dell'elettrone: $m_e = 9.11\times10^{-31}\ kg$
Carica elementare: $Q = 1.60\times10^{-19}\ C$
Costante dielettrica del vuoto: $\epsilon_0 = 8.854\times10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2}$
Velocità della luce nel vuoto: $c = 2.99\times10^{8}\ m/s$