Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Sessione autunnale 2006 - 1° appello - Prova scritta del corso di Fisica Generale L-A
(12 settembre 2006)
Prof. Maurizio Piccinini

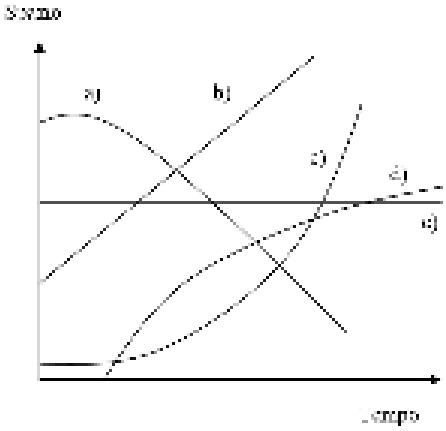
Soluzioni

1. L'energia cinetica di un corpo rigido è data da

$$T = \frac{1}{2} I_G \omega^2.$$

Dire se questa affermazione è valida in generale motivando la risposta.

2. Quale delle curve spazio *vs* tempo del grafico riportato descrive meglio il moto di un punto materiale che si muove di moto rettilineo con accelerazione positiva e costante? Motivare la risposta.

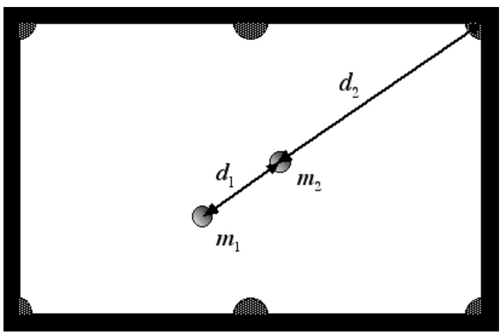


3. Gli astronauti in orbita attorno alla Terra sembrano "galleggiare" in assenza di peso nell'astronave che li trasporta. Questo effetto è dovuto al fatto che:

   a) all'interno dell'astronave la forza di attrazione gravitazionale della Terra è compensata dalla forza centripeta;
   b) alla distanza a cui orbita l'astronave (circa 200 km dalla superficie terrestre) la forza di attrazione gravitazionale della Terra è trascurabile;
   c) la forza di attrazione gravitazionale della Terra è compensata dalla forza di attrazione gravitazionale degli altri corpi celesti del sistema solare.

   Motivare la risposta.

4. Su un tavolo da biliardo un pallino ed una palla, rispettivamente di massa $m_1 = 205\ g$ ed $m_2 = 220\ g$, si trovano inizialmente in quiete ad una distanza $d_1 = 27\ cm$. Un giocatore vuole mandare la palla nella buca distante $d_2 = 48\ cm$ colpendo il pallino con la stecca secondo la traiettoria rettilinea mostrata in figura.



Considerando l'attrito del vincolo non come rotolamento puro bensì come attrito radente, determinare:

a) la velocità iniziale minima v_i che deve avere il pallino affinché la palla vada in buca se il coefficiente di attrito dinamico tra il tavolo e le palle è $\mu_c = 0.017$ e l'urto pallino-palla è completamente elastico;

$$\frac{1}{2}m_2v_2^2 = \mu_c m_2 g d_2$$

$$v_2 = \sqrt{2\mu_c g d_2} = \sqrt{2 \cdot 0.017 \cdot 9.80\ m/s^2\ 0.48\ m} = \sqrt{0.16\ m^2/s^{-2}} = 0.4\ m/s$$

$$\begin{cases} m_1v_{01} = m_1v_1 + m_2v_2 \\ \frac{1}{2}m_1v_{01}^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{01} = v_1 + \frac{m_2}{m_1}v_2 \\ v_{01}^2 = v_1^2 + \frac{m_2}{m_1}v_2^2 \end{cases}$$

$$v_{01}^2 = v_1^2 + 2\frac{m_2}{m_1}v_1v_2 + \frac{m_2^2}{m_1^2}v_2^2 = v_1^2 + \frac{m_2}{m_1}v_2^2$$

$$2\frac{m_2}{m_1}v_1 + \frac{m_2^2}{m_1^2}v_2 = \frac{m_2}{m_1}v_2$$

$$v_1 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right)v_2$$

$$v_{01} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{m_2}{m_1} + 2\frac{m_2}{m_1}\right)v_2 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)v_2 = \frac{m_1 + m_2}{2m_1}v_2$$

$$= \frac{(0.205 + 0.220)\ kg}{2 \cdot 0.205\ kg}0.4\ m/s = \frac{0.425}{0.410}0.4\ m/s = 1.04 \cdot 0.4\ m/s = 0.415\ m/s$$

$$\frac{1}{2}m_1v_i^2 - \frac{1}{2}m_1v_{01}^2 = \mu_c m_1 g d_1$$

$$v_i^2 = 2\mu_c g d_1 + v_{01}^2$$

$$v_i = \sqrt{2\mu_c g d_1 + v_{01}^2} = \sqrt{2 \cdot 0.017 \cdot 9.8\ m/s^{-2} \cdot 0.27\ m + 0.415^2\ m^2/s^{-2}}$$

$$= \sqrt{0.09 + 0.172}\ m/s = \sqrt{0.262}\ m/s = 0.51\ m/s$$

b) il modulo della forza minima (supposta costante) da applicare al pallino tale da imprimergli la velocità v_i se il tempo di contatto con la stecca è $\Delta t = 10\ ms$.

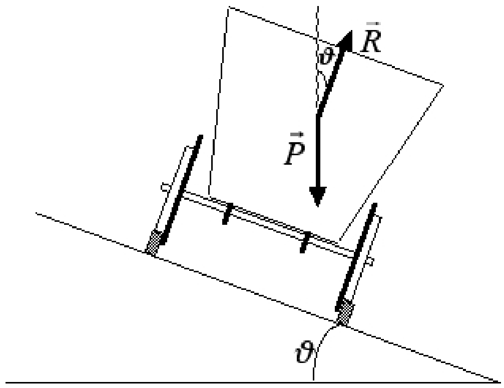
$$\vec{I} = \int_0^{\Delta t} \vec{F}dt = \vec{Q}_f - \vec{Q}_i = m_1\vec{v}_i - \vec{0} = m_1\vec{v}_i$$

$$F\int_0^{\Delta t} dt = F\Delta t = m_1v_i$$

$$F = \frac{m_1v_i}{\Delta t} = \frac{0.205\ kg\ 0.51\ m/s}{0.01\ s} = \frac{0.105}{0.01}\ N = 10.5\ N$$

5. I binari degli ottovolanti vengono inclinati in curva di un angolo opportuno per limitarne il consumo dovuto a forze trasverse alla direzione del moto dei vagoni.

   a) Scrivere la relazione che lega la tangente dell'angolo θ di inclinazione del binario alla velocità v, costante, del vagoncino e al raggio di curvatura r della traiettoria curva.



Sistema di riferimento inerziale con l'asse y diretto lungo la verticale:

$$\begin{cases} R\sin\theta = m\frac{v^2}{r} \\ R\cos\theta - mg = 0 \end{cases}$$

Sistema di riferimento inerziale con l'asse y diretto lungo la direzione della reazione vincolare $\vec{R}$:

$$\begin{cases} R + m\frac{v^2}{r}\sin\theta - mg\cos\theta = 0 \\ mg\sin\theta + m\frac{v^2}{r}\cos\theta = 0 \end{cases}$$

$$m\frac{v^2}{r} = -mg\tan\theta$$

Sistema di riferimento solidale al vagone con l'asse y diretto lungo la direzione della reazione vincolare $\vec{R}$:

$$\begin{cases} R - m\frac{v^2}{r}\sin\theta - mg\cos\theta = 0 \\ mg\sin\theta - m\frac{v^2}{r}\cos\theta = 0 \end{cases}$$

$$m\frac{v^2}{r} = mg\tan\theta$$

$$R\cos\theta = mg(\cos^2\theta + \sin^2\theta)$$

Per tutti e tre i casi:

$$R = \frac{mg}{\cos\theta}$$

$$mg\tan\theta = m\frac{v^2}{r}$$

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

b) Scrivere la relazione che lega l'angolo di inclinazione dei binari e il raggio di curvatura all'altezza massima da cui deve partire il vagone, da fermo, affinché raggiunga la curva con la velocità trovata al punto precedente.

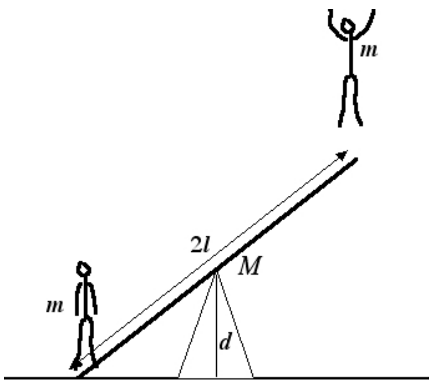
$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v^2 = rg\tan\theta$$

$$v^2 = 2gh = rg\tan\theta$$

$$h = \frac{rg\tan\theta}{2g} = \frac{1}{2}\ r\tan\theta$$

6. Una coppia di acrobati, entrambi di massa m, esegue un numero utilizzando un bilancere omogeneo di lunghezza 2 l e massa M imperniato nel suo centro ad una altezza d dal suolo con un vincolo ideale (vedi figura). Mentre il primo acrobata attende fermo su un estremo del bilancere, disposto in modo da formare un angolo θ con il terreno, il secondo salta sull'altro estremo partendo da fermo da una altezza h. Considerando costante la velocità angolare del bilancere nel suo moto calcolare:



a) il tempo Δt che trascorre tra l'arrivo sul bilancere del secondo acrobata e il distacco del primo;

$$d = l\sin\theta$$

$$\sin\theta = \frac{d}{l} \ \Rightarrow\ \theta = \arcsin\frac{d}{l}$$

$$I_G = \frac{1}{12}M4l^2 = \frac{1}{3}Ml^2$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 + mg2d$$

$$v_2^2 = 2g(h-2d)$$

$$v_2 = \sqrt{2g(h-2d)}$$

$$\vec{K}_i = \vec{l} \wedge m\vec{v}_2$$

$$K_i = lmv_2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = lmv_2 \cos\theta$$

$$K_f = (I_G + ml^2 + ml^2)\omega = \left(\frac{1}{3}M + 2m\right) l^2\omega$$

$$\left(\frac{1}{3}M + 2m\right) l^2\omega = lmv_2 \cos\theta$$

$$\left(\frac{1}{3}M + 2m\right) l\omega = mv_2 \cos\theta$$

$$\omega = \frac{mv_2 \cos\theta}{\left(\frac{1}{3}M + 2m\right) l}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{2\theta}{\omega} = \frac{\left(\frac{1}{3}M + 2m\right) l}{mv_2 \cos\theta} 2 \arcsin\frac{d}{l}$$

b) la massima altezza raggiunta dal primo acrobata.

$$v_1 = \omega l = \frac{mv_2 \cos\theta}{\left(\frac{1}{3}M + 2m\right)}$$

$$mgh_{max} = \frac{1}{2}mv_1^2 + mg2l\sin\theta = \frac{1}{2}mv_1^2 + mg2d$$

$$h_{max} = \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{g} + 2d = \frac{1}{2}\frac{m^2 v_2^2 \cos^2\theta}{g\left(\frac{1}{3}M + 2m\right)^2} + 2d$$

Accelerazione di gravità: $g = 9.80\ m/s^2$
Costante di gravitazione universale: $\gamma = 6.67 \times 10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$