

Soluzioni

1. Una massa puntiforme si muove di moto armonico semplice:

- a) la sua accelerazione è massima quando passa per il centro di oscillazione;
- b) nel punto di massima ampiezza l'accelerazione è nulla e la velocità è massima;
- c) nel punto di massima ampiezza l'accelerazione è massima e la velocità è nulla.

Scegliere l'affermazione giusta e motivare.

2. Come si descrive la forza di attrito radente agente su un corpo di massa m che striscia senza rotolare su una superficie piana? Come si imposta l'equazione del moto del punto materiale in oggetto?
3. Un corpo di massa m ha peso nullo. Dire se questa affermazione ha senso e, in caso affermativo, descrivere in quale situazione (o situazioni).
4. Descrivere il campo di forze $\vec{F}(x, y, z)$ di componenti $F_x = K \frac{-x}{\sqrt{x^2+y^2}}$, $F_y = K \frac{-y}{\sqrt{x^2+y^2}}$, $F_z = 0$. Dimostrare che si tratta di un campo conservativo ricavandone il potenziale.
5. Una giostra ruota con velocità angolare costante ω . Una persona si trova ferma sull'asse di rotazione della giostra, mentre una seconda persona si trova in un punto sulla periferia della stessa, solidale con la giostra. La prima lancia un pallone verso la seconda, con velocità di modulo $v_0 = 10 \text{ m/s}$ ed angolo di inclinazione $\theta = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale. Quanto deve valere ω affinché la seconda persona riceva il pallone alla stessa altezza di partenza, dopo un giro completo della giostra?

$$x = tv_0 \cos \theta$$

$$y = tv_0 \sin \theta - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2}{g}v_0 \sin \theta$$

$$\omega = \frac{\pi g}{v_0 \sin \theta} = \frac{3.14 \cdot 9.8 \text{ m/s}^2}{10 \text{ m/s} \cdot \frac{1}{2}} = 6.16 \text{ rad/s}$$

6. Un punto materiale di massa $m_1 = 0.2 \text{ Kg}$ si muove su una traiettoria circolare di raggio $r_0 = 45 \text{ cm}$, con velocità di modulo $v_0 = 2.1 \text{ m/s}$, su un tavolo orizzontale privo di attrito. Il punto è tenuto in traiettoria da una fune di massa trascurabile passante per un foro praticato sul tavolo. Un secondo punto materiale di massa m_2 è appeso alla fune sotto il tavolo, in equilibrio.

a) Calcolare il valore di m_2 .

$$m_2 g = m_1 \frac{v_0^2}{r_0}$$

$$m_2 = m_1 \frac{v_0^2}{r_0 g} = 0.2 \text{ Kg}$$

- b) Un bimbo sotto il tavolo abbassa la massa m_2 di 9 cm. Come cambia il modulo della velocità del corpo m_1 ?

$$m_1 v_0 r_0 = m_1 v_f r_f$$

$$v_f = \frac{r_0}{r_f} v_0 = 2.625 \text{ m/s}$$

- c) Quanto vale il lavoro fatto dal bimbo per compiere la suddetta operazione?

$$L + m_2 g (r_0 - r_f) = \frac{1}{2} m_1 (v_f^2 - v_0^2)$$

$$L = \frac{1}{2} m_1 [v_f^2 - v_0^2 - 2 \frac{v_0^2}{r_0} (r_0 - r_f)]$$

oppure

$$\left. \begin{array}{l} L_{tot} = \int_{r_0}^{r_f} \vec{F}_c \cdot d\vec{r} = - \int_{r_0}^{r_f} m_1 \frac{v^2}{r} dr \\ vr = r_0 v_0 \end{array} \right\} \Rightarrow L_{tot} = -(r_0 v_0)^2 m_1 \int_{r_0}^{r_f} \frac{1}{r^3} dr$$

$$L_{tot} = (r_0 v_0)^2 m_1 \left. \frac{1}{2} \frac{1}{r^2} \right|_{r_0}^{r_f} = \frac{1}{2} m_1 (r_0 v_0)^2 \left[\frac{v_f^2}{(r_0 v_0)^2} - \frac{1}{r_0^2} \right] = \frac{1}{2} m_1 (v_f^2 - v_0^2)$$

$$L = L_{tot} - m_2 g (r_0 - r_f)$$

Accelerazione di gravità: $g = 9.80 \text{ m/s}^2$