Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Prima sessione 2007 - primo appello - Prova scritta del corso di Fisica Generale L-A
(26 marzo 2007)
Prof. Maurizio Piccinini

B - Soluzioni

1. Se un sistema meccanico possiede energia potenziale, questa è sempre positiva.
   Dire se questa affermazione è vera e commentare la risposta.

2. Si considerino i seguenti stati di moto di un corpo rigido di massa M:

   a) moto puramente traslatorio con velocità del centro di massa v_G costante;

   b) moto puramente rotatorio con velocità angolare ω costante intorno a un asse fisso passante per il centro di massa.

   Se le due velocità, v_G ed ω, hanno lo stesso valore numerico, in quale dei due casi è maggiore l'energia cinetica del corpo?
   Motivare la risposta.

3. Un sistema isolato evolve da uno stato iniziale A ad uno stato finale B, diverso dal primo.
   Se tra le forze interne al sistema vi sono anche forze di attrito l'energia dello stato finale del sistema è

   a) maggiore

   b) uguale

   c) minore

   di quella dello stato iniziale.
   Motivare la risposta.

4. Un sistema è costituito da un corpo di massa $m = 200\ g$ collegato tramite una molla ideale di costante elastica $k = 180\ Nm^{-1}$ e lunghezza di riposo $l_0 = 3\ cm$ ad un punto O posto ad una altezza $h = 78\ cm$ rispetto al suolo. Il corpo si trova inizialmente in quiete sulla verticale del punto O ad una distanza l_0 al di sotto di esso. Ad un certo istante il corpo viene lasciato libero di muoversi.
   Trascurando la resistenza dell'aria calcolare:

   a) la distanza massima di cui si allontana il corpo materiale dal punto O;

$$mg(h - l_0) = mg(h - l) + \frac{1}{2}k(l - l_0)^2$$

$$mg(l - l_0) = \frac{1}{2}k(l - l_0)^2$$

$$l - l_0 = \frac{2mg}{k}$$

$$l = l_0 + \frac{2mg}{k} = 3 \cdot 10^{-2}\ m + \frac{2 \times 0.2\ kg \times 9.8\ ms^{-2}}{180\ Nm^{-1}}$$

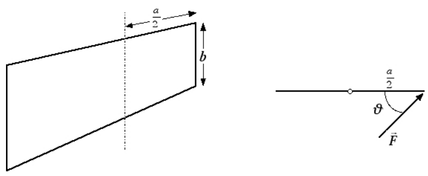
$$= 3\ cm + 2.18\ cm = 5.18\ cm$$

b) la forza totale che agisce sul corpo negli istanti di massimo allontanamento e di massimo avvicinamento al punto O (specificare modulo, direzione e verso).

$$\vec{R}_{all} = [k(l-l_0) - mg]\hat{\jmath} = \left[k\frac{2mg}{k} - mg\right]\hat{\jmath} = [2mg - mg]\hat{\jmath} = mg\hat{\jmath} = (0.2\ kg \cdot 9.8\ ms^{-2})\hat{\jmath} = (1.96\ N)\hat{\jmath}$$

$$\vec{R}_{avv} = -mg\hat{\jmath} = -(1.96\ N)\hat{\jmath}$$

5. Una porta girevole è costituita da un pannello rettangolare omogeneo di massa M e lati a e b vincolato a ruotare senza attrito attorno ad un asse verticale passante per il centro di massa e parallelo al lato b (vedi figura).



a) Calcolare il momento di inerzia I_G della porta girevole rispetto all'asse di rotazione.

$$dI_G = \frac{1}{12}dm\ a^2 = \frac{1}{12}dm\ a^2$$

$$I_G = \int_M \frac{1}{12}\ dm\ a^2 = \frac{1}{12}Ma^2$$

oppure

$$\begin{aligned} I_G &= \int_S dm\ r^2 = \int_S \rho\ x^2\ dxdy = \rho \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} x^2 dx \int_0^b dy \\ &= \rho\tfrac{1}{3}\left[\left(\tfrac{a}{2}\right)^3 + \left(\tfrac{a}{2}\right)^3\right] b = \tfrac{1}{3}\tfrac{M}{ab}\tfrac{2a^3}{8}b \\ &= \tfrac{1}{12}Ma^2 \end{aligned}$$

La porta, inizialmente ferma, viene spinta per un tempo t da una persona ad un estremo con una forza F, costante in modulo e parallela al pavimento, che forma un angolo $\theta = 45°$ con il piano della porta. Determinare:

b) il momento della forza applicata rispetto all'asse di rotazione;

$$M = \frac{a}{2}F\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{4}aF$$

c) la velocità angolare finale della porta.

$$M = I_G\dot{\omega} = I_G\frac{\omega_f - \omega_i}{t} = I_G\frac{\omega_f}{t}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4}aF = I_G\frac{\omega_f}{t}$$

$$\omega_f = \frac{\sqrt{2}aFt}{4I_G} = \frac{12\sqrt{2}}{4}\frac{aFt}{Ma^2} = 3\sqrt{2}\frac{Ft}{Ma}$$

6. Due masse puntiformi di massa m_1 ed m_2 si muovono su un piano orizzontale privo di attrito l'una verso l'altra con velocità rispettivamente v_1 e v_2 fino a urtarsi elasticamente. Dopo l'urto la massa m_2 si ferma. Esprimere, in funzione delle masse m_1 ed m_2 e delle velocità iniziali v_1 e v_2:

a) la velocità finale v_1' della massa m_1 dopo l'urto;

$$\begin{cases} \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 \\ m_1v_1 - m_2v_2 = m_1v_1' \end{cases}$$

$$v_1' = v_1 - \frac{m_2}{m_1}v_2$$

b) il rapporto tra le masse m_1 ed m_2.

$$m_1v_1^2 + m_2v_2^2 = m_1\left(v_1 - \frac{m_2}{m_1}v_2\right)^2 = m_1v_1^2 - 2m_1\frac{m_2}{m_1}v_1v_2 + m_1\frac{m_2^2}{m_1^2}v_2^2$$

$$= m_1v_1^2 - 2m_2v_1v_2 + \frac{m_2^2}{m_1}v_2^2$$

$$v_2 = -2v_1 + \frac{m_2}{m_1}v_2$$

$$\left(\frac{m_2}{m_1} - 1\right)v_2 = 2v_1$$

$$\frac{m_2}{m_1} = 2\frac{v_1}{v_2} + 1$$

Accelerazione di gravità: $g = 9.80\ m/s^2$