Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Sessione estiva - Secondo appello - Prova scritta del corso di Fisica Generale L-A
(9 luglio 2007)
Prof. Maurizio Piccinini

Soluzioni

1. Un punto materiale di massa m è soggetto a due forze, $\vec{F_1}$ ed $\vec{F_2}$, che producono su di esso l'accelerazione $\vec{a} = a\hat{\imath}$. La prima forza vale $\vec{F_1} = f_1\hat{\imath} + f_2\hat{\jmath}$; quanto vale $\vec{F_2}$?

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} = f_1\hat{\imath} + f_2\hat{\jmath} + f_x\hat{\imath} + f_y\hat{\jmath} = ma\hat{\imath}$$

$$f_1 + f_x = ma$$

$$f_2 + f_y = 0$$

$$\vec{F_2} = (ma - f_1)\hat{\imath} - f_2\hat{\jmath}$$

2. Il periodo di un pendolo semplice sulla superficie terrestre è $T = 5\ s$. Quanto vale il periodo di tale pendolo sulla luna, se l'accelerazione di gravità g_L è sei volte minore di quella sulla terra?

3. Un punto materiale è vincolato a muoversi in una dimensione. Quale delle forze seguenti lo fa muovere di moto oscillatorio armonico?
Motivare la risposta.

   a) $F = -200x$;
   b) $F = -10x^2$;
   c) $F = 32x$.

4. Un blocco di massa $m = 10\ kg$ viene lasciato cadere dal punto A posto a $3\ m$ di quota, lungo una rampa fissa come rappresentato in figura. Solo il piano BC, lungo $6\ m$, presenta attrito radente. Il blocco raggiunge una molla di costante elastica $k = 5225\ N/m$, e la comprime di $0.3\ m$.

   a) Si trovi il coefficiente di attrito radente dinamico tra il tratto BC ed il blocco.

$$mgh - \mu mgBC = \frac{1}{2}kx^2 \ \Rightarrow\ \mu = \frac{2mgh - kx^2}{2mgBC} = 0.1$$

   b) Si trovi l'altezza massima raggiunta dal blocco una volta che esso è respinto dalla molla.

$$\frac{1}{2}kx^2 - \mu mgBC = mgh' \ \Rightarrow\ h - h' = 2\mu BC = 1.2\ m$$

5. Una piccola luna di massa m e raggio a ruota intorno ad un pianeta di massa M, in un'orbita circolare di raggio r, con la stessa faccia sempre rivolta al pianeta.

   a) Calcolare il peso di una roccia posata sulla superficie lunare sulla congiungente pianeta-luna:

      i) sulla faccia rivolta al pianeta;

$$\gamma \frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r \ \Rightarrow\ \omega = \sqrt{\gamma \frac{M}{r^3}}$$

$$\gamma \frac{M\mu}{(r-a)^2} - \gamma \frac{m\mu}{a^2} + P_v = \mu\omega^2(r-a) = \gamma \frac{M\mu}{r^3}(r-a)$$

$$P_v = \gamma \frac{m\mu}{a^2} - \gamma M\mu \left[\frac{1}{(r-a)^2} - \frac{r-a}{r^3}\right]$$

      ii) sulla faccia "nascosta" al pianeta.

$$\gamma \frac{M\mu}{(r+a)^2} + \gamma \frac{m\mu}{a^2} - P_n = \mu\omega^2(r+a) = \gamma \frac{M\mu}{r^3}(r+a)$$

$$P_n = \gamma \frac{m\mu}{a^2} + \gamma M\mu \left[\frac{1}{(r+a)^2} - \frac{r+a}{r^3}\right]$$

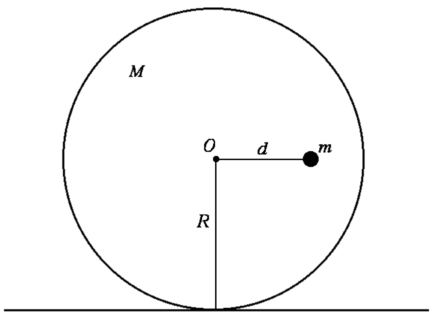
   b) Per quale valore di r la roccia che sta sulla faccia rivolta al pianeta "galleggia" sulla superficie del satellite (si assuma $a \ll r$)?

$$P_v = \gamma \frac{m\mu}{a^2} - \gamma M\mu \left[\frac{1}{(r-a)^2} - \frac{r-a}{r^3}\right] = 0$$

$$\frac{m}{M} = a^2 \left[\frac{r^3-(r-a)^3}{(r-a)^2 r^3}\right] = \frac{a^2}{r^3}\left[\frac{a^3 - 3ra^2 + 3ar^2}{(r-a)^2}\right] = \frac{a^2}{r^3}\left[\frac{3 - 3\frac{a}{r} + \left(\frac{a}{r}\right)^2}{1 - 2\frac{a}{r} + \left(\frac{a}{r}\right)^2}\right]$$

$$r^3 \approx 3\frac{M}{m}a^3 \ \Rightarrow\ r \approx \sqrt[3]{3\frac{M}{m}}\,a$$

6. Un corpo rigido è costituito da un disco di raggio R e massa M su cui è applicato un corpo puntiforme di massa $m = \frac{3}{4}M$ a distanza $d = \frac{2}{3}R$ dal centro del disco (vedi figura).



Calcolare:

   a) la posizione del centro di massa del corpo rigido;

$$r_{CM} = \frac{md}{M+m} = \frac{\frac{3}{4}M\frac{2}{3}R}{M+\frac{3}{4}M} = \frac{\frac{1}{2}MR}{\frac{7}{4}M} = \frac{2}{7}R$$

b) il momento d'inerzia del corpo rigido rispetto al centro geometrico (punto O nella figura).

$$I_O = \frac{1}{2}MR^2 + md^2 = \frac{1}{2}MR^2 + \frac{3}{4}M\frac{4}{9}R^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)MR^2 = \frac{5}{6}MR^2$$

Il corpo rigido viene posto in posizione verticale su un piano orizzontale, su cui può rotolare senza strisciare in virtù di un attrito radente di coefficiente $\mu = \frac{1}{7}$, in modo tale che la congiungente il corpo puntiforme con il centro geometrico del disco formi un angolo $\theta = 90°$ con la verticale. Viene quindi lasciato muovere.

c) Calcolare l'accelerazione lineare del punto O.

$$\vec{P} = -(M+m)g\hat{\jmath} = -\left(M + \frac{3}{4}M\right)g\hat{\jmath} = -\frac{7}{4}Mg\hat{\jmath}$$

$$\vec{F} = -\mu N\hat{\imath} = -\mu\frac{7}{4}Mg\hat{\imath}$$

$$\vec{\mathscr{M}}^{(ext)}_{(O)} = (G-O)\wedge\vec{P} + (P-O)\wedge\vec{F}$$

$$\mathscr{M}_{(O)} = \frac{7}{4}Mg\frac{2}{7}R + \mu\frac{7}{4}MgR = \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{4}\mu\right)MgR = I_O\dot{\omega} = I_O\frac{a_O}{R}$$

$$a_O = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{7}{4}\frac{1}{7}\right)MgR^2}{\frac{5}{6}MR^2} = \frac{9}{10}g$$

Accelerazione di gravità: $g = 9.80\ m/s^2$