Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Sessione autunnale - Primo appello - Prova scritta del corso di Fisica Generale L-A
(10 settembre 2007)
Prof. Maurizio Piccinini

Soluzioni

1. Una pietra viene lanciata verso l'alto con una velocità iniziale v_0 da una altezza h_1. Contemporaneamente una seconda pietra viene lasciata cadere da ferma da una altezza h_2. Quale deve essere la velocità iniziale v_0 della prima pietra affinché entrambe le pietre raggiungano il suolo contemporaneamente?

$$\begin{cases} h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 - v_0 t_1 \\ h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \ \Rightarrow \ t_2 = \pm\sqrt{\frac{2h_2}{g}} \end{cases}$$

$$t_1 = t_2 = t$$

$$h_1 = h_2 - v_0 t$$

$$v_0 = \frac{h_2 - h_1}{\sqrt{\frac{2h_2}{g}}}$$

2. Una palla rimbalza sul pavimento lungo una direzione definita da un angolo θ rispetto alla verticale. L'urto, perfettamente elastico, si svolge quindi in un piano perpendicolare al pavimento, definito dagli assi x parallelo al suolo e y perpendicolare al suolo stesso. Quanto valgono le variazioni Δp_x e Δp_y delle componenti della quantità di moto in conseguenza dell'urto? Com'è diretto il vettore $\Delta\vec{p}$?

3. Un bambino si trova sul bordo di una giostra che ruota liberamente, senza attriti, con velocità angolare costante. Se il bimbo si avvicina al centro della giostra, la velocità angolare del sistema giostra-bambino:

   a) aumenta;
   b) diminuisce;
   c) rimane costante.

   Scegliere la risposta giusta e motivarla.

4. Due sfere uguali di massa m e raggio r sono poste in una regione dello spazio tale da risentire solamente della reciproca attrazione gravitazionale. Se i due corpi sono inizialmente fermi ad una distanza l calcolare:

   a) la velocità con cui vengono in contatto;

$$\Delta T = L_1 + L_2$$

$$2\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = \int_{\frac{l}{2}}^{\frac{d}{2}} -\gamma\frac{m^2}{4x^2}dx + \int_{-\frac{l}{2}}^{-\frac{d}{2}} \gamma\frac{m^2}{4x^2}dx$$

$$v^2 = -\frac{1}{2}\gamma m \int_{\frac{l}{2}}^{\frac{d}{2}} \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{2}\gamma m\left(\frac{2}{d} - \frac{2}{l}\right)$$

$$v = \sqrt{\gamma m\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{l}\right)}$$

b) il tempo necessario affinché vengano in contatto (basta trovare una espressione del tipo $t = \int_i^f F(x)dx$ dove x rappresenta la posizione di una delle sfere, senza risolvere l'integrale).

$$v(t) = \sqrt{\gamma m \left(\frac{1}{x(t)} - \frac{1}{l}\right)}$$

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\gamma m}\sqrt{\frac{1}{d} - \frac{1}{l}}$$

$$dt = \frac{1}{\sqrt{\gamma m}} \frac{dx}{\sqrt{\frac{1}{d} - \frac{1}{l}}}$$

$$t(r) = \frac{1}{\sqrt{\gamma m}} \int_{\frac{l}{2}}^{\frac{d}{2}} \frac{dx}{\sqrt{\frac{1}{d} - \frac{1}{l}}}$$

5. Un pendolo semplice è costituito da una massa $M = 2\ kg$ appesa ad un filo di massa trascurabile di lunghezza $L = 50\ cm$. Il pendolo viene spostato fino a formare un angolo $\theta = 30°$ rispetto alla verticale e lasciato cadere da fermo. Nel punto più basso della traiettoria urta elasticamente contro un altro pendolo costituito da una massa $m = 1\ kg$ appesa ad un filo di massa trascurabile e di lunghezza $l = 20\ cm$, inizialmente fermo.
   Di ciascuno dei due pendoli calcolare:

   a) la velocità subito dopo l'urto;

$$\frac{1}{2}MV_i^2 = MgH$$

$$V_i^2 = 2gL(1-\cos\theta) \ \Rightarrow\ V_i = \sqrt{2gL(1-\cos\theta)} = \sqrt{2\cdot 9.8 \cdot 0.5(1-\cos 30°)} = 1.15\ m/s$$

$$V_f = \frac{M-m}{M+m}V_i = \frac{2-1}{2+1}1.15\ m/s = 0.38\ m/s$$

$$v_f = \frac{2M}{M+m}V_i = \frac{2\cdot 2}{2+1}1.15\ m/s = 1.53\ m/s$$

   b) l'angolo massimo raggiunto dopo l'urto.

$$Mgh_1 = \frac{1}{2}MV_f^2 \ \Rightarrow\ h_1 = \frac{1}{2}\frac{V_f^2}{g} = 7.4\cdot 10^{-3}\ m \ \Rightarrow\ \cos\theta_1 = 1 - \frac{h_1}{L} = 1 - 0.015 = 0.99 \ \Rightarrow\ \theta_1 = 9.8°$$

$$mgh_2 = \frac{1}{2}mv_f^2 \ \Rightarrow\ h_2 = \frac{1}{2}\frac{v_f^2}{g} = 0.12\ m \ \Rightarrow\ \cos\theta_2 = 1 - \frac{h_2}{l} = 1 - 0.6 = 0.4 \ \Rightarrow\ \theta_2 = 66°$$

6. Una ruota omogenea di massa M e raggio R si trova inizialmente ferma all'interno di un vagone ferroviario che si muove di moto rettilineo uniforme. Tra il pavimento del vagone e la ruota è presente un vincolo di rotolamento puro. Ad un certo istante il vagone subisce una decelerazione costante di modulo a_0 per un tempo t_0, dopodiché prosegue con velocità costante per un tempo t_1.

   Calcolare:

a) l'accelerazione del centro di massa della ruota durante il tempo t_0;

$$I_O = \frac{1}{2}MR^2 + MR^2 = \frac{3}{2}MR^2$$

$$v_C = \omega R \;\Rightarrow\; a_C = \dot{\omega} R$$

$$\vec{\mathscr{M}}_{(O)} = (C - O) \wedge \vec{F}$$

$$\mathscr{M}_{(O)} = RMa_0 = I_O\dot{\omega} = \frac{3}{2}MR^2\frac{a_C}{R}$$

$$a_C = \frac{2}{3}a_0$$

b) la distanza complessiva percorsa dal centro di massa della ruota nel tempo $t_0 + t_1$.

$$s_0 = \frac{1}{2}a_C t_0^2$$

$$v_C(t_0) = a_C t_0$$

$$s_{TOT} = s_0 + v_C(t_0)t_1 = \frac{1}{2}a_C t_0^2 + a_C t_0 t_1$$

Accelerazione di gravità: $g = 9.80\ m/s^2$