Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Sessione autunnale - Secondo appello - Prova scritta del corso di Fisica Generale L-A
(24 settembre 2007)
Prof. Maurizio Piccinini

Soluzioni

1. Un pianeta di massa m ruota lungo un'orbita circolare intorno ad una stella di massa M. Un secondo pianeta, anche questo di massa m, ruota intorno ad una seconda stella, di massa $2M$, molto distante dalla prima. Le orbite dei due pianeti intorno ai rispettivi soli sono identiche.
   Quale relazione esiste fra i periodi di rivoluzione dei due pianeti T_1 e T_2?

2. Un punto materiale si muove lungo un percorso rettilineo di lunghezza d. Durante il moto il punto è soggetto ad una forza F parallela alla sua traiettoria, con le seguenti caratteristiche: è massima con modulo F_0 all'inizio del percorso e decresce linearmente fino a raggiungere un valore $\frac{F_0}{3}$ alla fine del percorso.
   Trovare l'espressione analitica della forza.

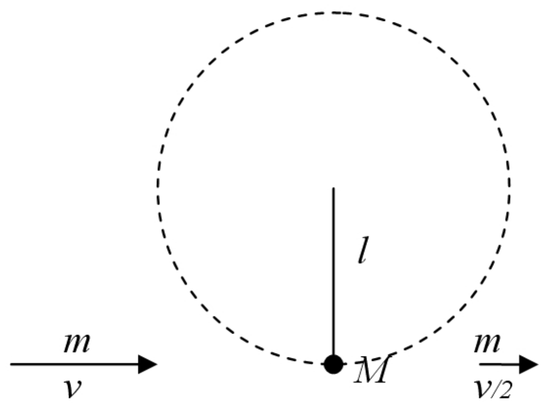
$$F = F_0\left(1 - \frac{2x}{3d}\right)$$

3. Dire se la relazione $GM^2 + kr^3 = Mv^2r$, dove M è una massa, r una lunghezza, v una velocità, G la costante di gravitazione universale e k una costante elastica,

   a) è dimensionalmente corretta;
   b) non è dimensionalmente corretta;
   c) va sempre bene poiché le dimensioni delle costanti G e k si definiscono in base alle grandezze fisiche presenti nella formula.

   Scegliere la risposta giusta e motivarla.

4. Nel sistema in figura, un proiettile di massa $m = 100\ g$ e velocità v attraversa un pendolo di massa $M = 1\ kg$ e lunghezza $l = 25\ m$, fuoriuscendone con la stessa massa e velocità $\frac{v}{2}$.



   a) Calcolare il valore minimo di v necessario affinché il pendolo compia un giro completo;

$$\left.\begin{array}{l} mv = MV + \frac{1}{2}mv \ \Rightarrow\ V = \frac{1}{2}\frac{m}{M}v \\ \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}MV'^2 + 2Mgl \\ M\frac{V'^2}{l} = Mg \ \Rightarrow\ V'^2 = gl \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{4}\left(\frac{m}{M}v\right)^2 = gl + 4gl \ \Rightarrow\ v = 2\sqrt{5gl}\frac{M}{m} = 700\ m/s$$

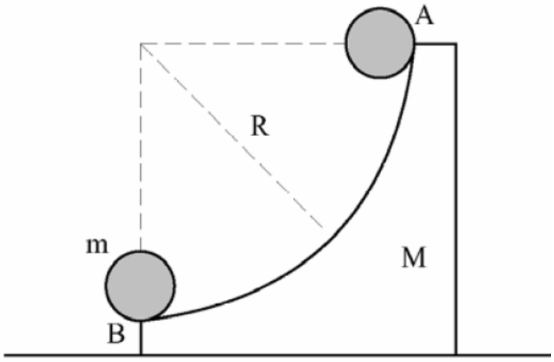
b) In tal caso, calcolare la tensione della fune nel punto più basso ed in quello più alto della traiettoria del pendolo.

$$T_A = 0$$

$$T_B - Mg = M\frac{v^2}{l} = \frac{m^2v^2}{4Ml} = 5Mg$$

$$T_B = 6Mg = 59\ N$$

5. Nel sistema della figura un cilindro di massa m e raggio r rotola senza strisciare da A a B sulla superficie di profilo circolare di un blocco di legno. Il blocco ha massa M ed il raggio del quadrante di superficie cilindrica vale R. Il blocco di legno appoggia senza attrito su una superficie orizzontale piana.



Se, quando il cilindro si trova in A, m ed M sono a riposo trovare:

a) la velocità del blocco di legno quando il cilindro arriva in B;
b) la velocità del cilindro quando si trova in B.

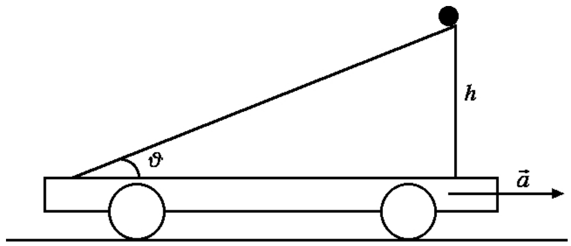
$$\begin{cases} mgR = \frac{1}{2}Mv_b^2 + \frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}I_c\omega_c^2 \\ Mv_b = mv_c \;\Rightarrow\; v_c = \frac{M}{m}v_b \\ \Delta s = r\Delta\theta_c = R\Delta\theta_b \;\Rightarrow\; r\omega_c = R\omega_b \\ v_c = (R-r)\omega_b \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} mgR = \frac{1}{2}Mv_b^2 + \frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}I_c\omega_c^2 \\ \omega_c^2 = \frac{R^2}{r^2}\omega_b^2 = \frac{R^2}{r^2}\frac{v_c^2}{(R-r)^2} = \frac{R^2}{r^2}\frac{M^2}{(R-r)^2m^2}v_b^2 \\ I_c = \frac{1}{2}mr^2 \end{array}\right\}\begin{cases} mgR = \frac{1}{2}Mv_b^2 + \frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}I_c\omega_c^2 \\ mgR = \frac{1}{2}v_b^2\left(M + \frac{M^2}{m} + \frac{1}{2}\frac{R^2M^2}{(R-r)^2m}\right) \end{cases}$$

$$v_b = \sqrt{\frac{2mgR}{M + \frac{M^2}{m} + \frac{1}{2}\frac{R^2M^2}{(R-r)^2m}}}$$

Suggerimento: notare che vi sono due moti circolari da considerare; quello del cilindro intorno al suo asse (con velocità angolare ω_c) e quello del cilindro sulla superficie cilindrica (con velocità angolare ω_b).

6. Un carrello si muove orizzontalmente con accelerazione costante $\vec{a}$. Su di esso è fissato un piano inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale e caratterizzato da un coefficiente di attrito dinamico μ. Un punto materiale di massa m parte da fermo rispetto al carrello da una altezza h e si muove in direzione opposta al moto del carrello.



Calcolare:

a) l'accelerazione del punto materiale;

$$R = mg\cos\theta - ma\sin\theta$$

$$F_{attr} = \mu R$$

$$ma' = mg\sin\theta - \mu R$$

$$a' = g\sin\theta - \mu(g\cos\theta - a\sin\theta) + a\sin\theta$$

b) il tempo che il punto materiale impiega per percorrere tutto il piano inclinato.

$$\begin{cases} l = \frac{h}{\sin\theta} \\ l = \frac{1}{2}a't^2 \end{cases} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2l}{a'}} = \sqrt{\frac{2h}{\sin\theta[g(\sin\theta - \mu\cos\theta) + (1+\mu)a\sin\theta]}}$$

Accelerazione di gravità: $g = 9.80\ m/s^2$