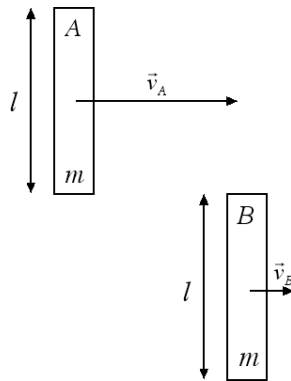


A - Soluzioni

1. Commentare la veridicità o meno di questa affermazione: *La somma di due forze conservative produce una forza anch'essa conservativa.*
2. Due satelliti artificiali, rispettivamente di massa m e $2m$, ruotano intorno alla terra su orbite circolari di uguale raggio r .
Le due orbite non possono coincidere in quanto, siccome il primo satellite ha accelerazione doppia rispetto al secondo, ad un certo istante i due entrerebbero in collisione.
Dire se l'affermazione fatta è vera o falsa e motivare la risposta.
3. Una forza costante \vec{F} agisce su una massa puntiforme m_1 per un tempo t_1 , e su una massa puntiforme m_2 per un tempo t_2 . Se $t_1/t_2 = m_1/m_2$ alla fine dei rispettivi tempi di applicazione della forza, le due masse hanno:
 - a) uguale energia cinetica;
 - b) uguale velocità;
 - c) uguale quantità di moto.

Dire quale opzione è giusta e motivare la risposta.

4. Due sbarrette rigide A e B uguali di lunghezza $l = 0.5$ m e massa $m = 3$ kg si muovono su un piano orizzontale privo di attriti con velocità costanti pari a $\vec{v}_A = 0.4 \hat{i}$ m/s e $\vec{v}_B = 0.1 \hat{i}$ m/s. Durante il moto, le due sbarrette entrano in contatto ad un loro estremo e rimangono attaccate formando un'unica sbarretta rigida di lunghezza $2l$.



Calcolare:

- a) la velocità (modulo, direzione e verso) del centro di massa del corpo dopo l'urto;

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m\vec{v}_A + m\vec{v}_B}{2m} = \frac{\vec{v}_A + \vec{v}_B}{2} = 0.25 \hat{i} \text{ m/s}$$

- b) il modulo della velocità angolare del corpo dopo l'urto.

$$\vec{L} = \text{cost.} \Rightarrow \frac{l}{2}mv_A - \frac{l}{2}mv_B = I\omega = \frac{2}{3}ml^2\omega \Rightarrow \omega = \frac{3}{4l}(v_A - v_B) = 0.45 \text{ s}^{-1}$$

5. Un punto materiale di massa m , fermo al tempo $t = 0$, è sottoposto ad una forza $\vec{f}(t)$ funzione del tempo. Al tempo $t = 0$ il modulo di tale forza vale $|\vec{f}(0)| = F$ dopodiché decresce linearmente fino ad annullarsi al tempo $t = \tau$. La direzione della forza rimane invariata.

Determinare:

- a) l'espressione della forza in funzione del tempo;

$$f(t) = F \left(1 - \frac{t}{\tau} \right)$$

- b) l'energia cinetica del punto materiale al tempo $t = \tau$.

$$f(t) = m \frac{dv}{dt} = F \left(1 - \frac{t}{\tau} \right)$$

$$v(\tau) = \frac{F}{2m} \tau$$

$$T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{8} \frac{F^2 \tau^2}{m}$$

6. Un cilindro di massa M e raggio R rotola senza strisciare su un piano inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale. Al centro del cilindro è attaccata una corda che trascina un blocco di massa m . La corda sia di massa trascurabile e, in tensione, è parallela al piano inclinato. Il coefficiente di attrito dinamico tra blocco e piano inclinato sia μ_c .

Calcolare:

- a) l'accelerazione del sistema;

$$R F_1 = \frac{1}{2} M R^2 \frac{\ddot{x}}{R} \Rightarrow F_1 = \frac{1}{2} M \ddot{x}$$

$$\begin{cases} N_2 = mg \cos \theta \\ T - F_2 + mg \sin \theta = T - \mu_c mg \cos \theta + mg \sin \theta = m \ddot{x} \Rightarrow T = mg(\mu_c \cos \theta - \sin \theta) + m \ddot{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_1 = Mg \cos \theta \\ Mg \sin \theta - T - F_1 = Mg \sin \theta - mg(\mu_c \cos \theta - \sin \theta) - m \ddot{x} - \frac{1}{2} M \ddot{x} = M \ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} = \frac{(M+m) \sin \theta - \mu_c m \cos \theta}{\frac{3}{2} M + m} g \end{cases}$$

- b) la tensione della fune;

$$T = mg \left[\mu_c \cos \theta - \sin \theta + \frac{(M+m) \sin \theta - \mu_c m \cos \theta}{\frac{3}{2} M + m} \right]$$

- c) l'angolo minimo affinché la tensione della fune non si annulli.

$$T \geq 0 \Rightarrow \tan \theta \leq 3\mu_c$$