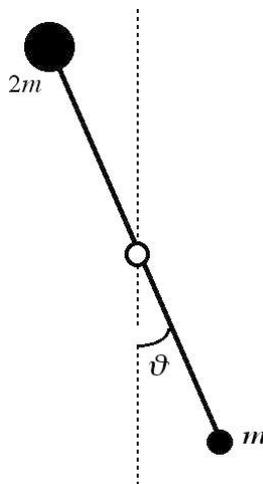


## Soluzioni

- Una forza costante  $\vec{F}$  è applicata prima ad un punto materiale di massa  $m$  e quindi al centro di massa di una sfera rigida di massa  $2m$ . A causa di tale forza sia il punto materiale sia la sfera si spostano in linea retta di una distanza  $L$ : il punto si muove senza attrito, la sfera si muove rotolando senza strisciare, con velocità angolare  $\omega$ .  
Esprimere il lavoro compiuto dalla forza nelle due situazioni.
- Due particelle, una di massa  $m$  e l'altra di massa  $3m$ , viaggiando nella stessa direzione l'una contro l'altra con uguale velocità  $v$  si scontrano frontalmente con urto perfettamente anelastico.  
Descrivere il moto delle due particelle dopo l'urto.
- Un pendolo (di Foucault) oscilla liberamente in un punto sull'equatore terrestre.  
Individuare l'affermazione più vicina alla realtà e completarla.
  - Il piano di oscillazione del pendolo non ruota perché è nulla la forza inerziale di trascinamento.
  - Il piano di oscillazione ruota di  $360^\circ$  in  $24h$ .
  - Il piano di oscillazione non ruota perché la forza di Coriolis è nulla.
- Due masse puntiformi  $m$  e  $2m$  sono fissate alle estremità di una sbarretta rigida di lunghezza  $L$  e spessore e massa trascurabili. La sbarretta può ruotare senza attrito attorno al proprio centro geometrico su un piano verticale (vedi figura).



Determinare:

- il centro di massa del sistema (la distanza  $d$  tra il centro di massa e la massa  $2m$ );

$$(2m)d = m(L - d) \Rightarrow d = \frac{L}{3}$$

oppure

$$x_{CM} = \frac{2m\frac{L}{2} - m\frac{L}{2}}{3m} = \frac{L}{6} \Rightarrow d = \frac{L}{2} - x_{CM} = \frac{L}{2} - \frac{L}{6} = \frac{L}{3}$$

b) il momento di inerzia delle due masse rispetto all'asse di rotazione;

$$I = 2m \left(\frac{L}{2}\right)^2 + m \left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}mL^2$$

c) l'accelerazione angolare del sistema quando l'asse è inclinato di un angolo  $\theta$  rispetto alla verticale come nella figura;

$$\mathcal{M} = 2mg\frac{L}{2}\sin\theta - mg\frac{L}{2}\sin\theta \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{\mathcal{M}}{I} = \frac{2g}{3L}\sin\theta$$

d) la velocità angolare della sbarretta quando raggiunge la posizione verticale nell'ipotesi che essa parta dalla quiete in posizione orizzontale.

$$E = cost \Rightarrow 2mg\frac{L}{2} + mg\frac{L}{2} = \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 + mgL \Rightarrow \dot{\theta} = \sqrt{\frac{4g}{3L}}$$

5. Un ascensore si muove verso l'alto con velocità  $v = 2.0 \text{ m/s}$ . Quando si trova ad una distanza  $h = 20 \text{ m}$  dal tetto, dalla sommità viene lasciata cadere una palla che rimbalza elasticamente sul tetto dell'ascensore. Trascurando la resistenza dell'aria calcolare:

a) la distanza  $y_{rimb}$  rispetto al tetto alla quale la palla e l'ascensore si urtano;

$$\left. \begin{array}{l} y_{asc} = vt \\ y_{palla} = h - \frac{1}{2}gt^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2}gt_{rimb}^2 + vt_{rimb} - h = 0 \Rightarrow t_{rimb} = 1.83 \text{ s} \Rightarrow y_{rimb} = h - vt_{rimb} = 16.3 \text{ m}$$

b) la distanza massima  $y_{max}$  rispetto al tetto che la palla raggiunge dopo il primo rimbalzo.

$$\left. \begin{array}{l} v'_{asc} = \frac{M-m}{M+m}v_{asc} + \frac{2m}{M+m}v_{palla} \\ v'_{palla} = \frac{m-M}{M+m}v_{palla} + \frac{2M}{M+m}v_{asc} \end{array} \right\} \Rightarrow M \gg m \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v'_{asc} \approx v_{asc} \\ v'_{palla} \approx -v_{palla} + 2v_{asc} \end{array} \right.$$

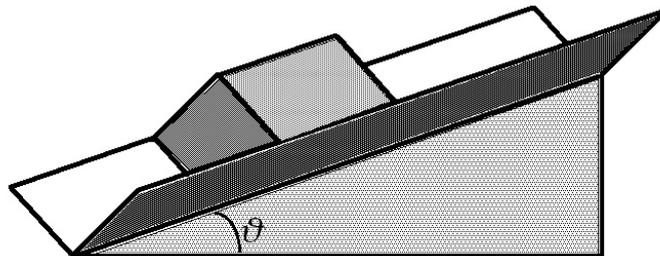
$$v'_{asc} \approx 2 \text{ m/s}$$

$$v_{palla} = -gt_{rimb} = -17.93 \text{ m/s} \Rightarrow v'_{palla} \approx (17.93 + 4) \text{ m/s} = 21.93 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{2}mv_{palla}'^2 = mgh_{max} \Rightarrow h_{max} = \frac{v_{palla}'^2}{2g}$$

$$y_{max} = h_{max} - y_{rimb} = \frac{v_{palla}'^2}{2g} - y_{rimb} = (24.55 - 16.3) \text{ m} = 8.25 \text{ m}$$

6. Un blocco di massa  $m$  scivola su un canale profilato ad angolo retto inclinato di un angolo  $\theta$  (vedi figura).



Se il coefficiente di attrito dinamico tra il blocco e la superficie del canale è  $\mu_c$  determinare:

a) la forza di attrito complessiva che agisce sul blocco;

$$N = mg \cos \theta \Rightarrow N' = N \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} mg \cos \theta$$

$$F' = \mu_c N' = \mu_c \frac{\sqrt{2}}{2} mg \cos \theta$$

$$F = 2F' = \sqrt{2} \mu_c mg \cos \theta$$

b) l'accelerazione del blocco.

$$m\ddot{x} = mg \sin \theta - \sqrt{2} \mu_c mg \cos \theta \Rightarrow \ddot{x} = g(\sin \theta - \sqrt{2} \mu_c \cos \theta)$$

---

Accelerazione di gravità:  $g = 9.80 \text{ m/s}^2$