

Soluzioni

1. Un proiettile di massa m_1 si muove orizzontalmente (lungo l'asse x) con quantità di moto $p = 6 \text{ kg} \times \text{m/s}$, fino a urtare un bersaglio immobile di massa m_2 . Dopo l'urto il proiettile ha componente x della quantità di moto pari a $p_x = 4 \text{ kg} \times \text{m/s}$ e componente y pari a $p_y = -3 \text{ kg} \times \text{m/s}$ (asse y perpendicolare all'asse x). Ricavare la quantità di moto finale del bersaglio: a) nel caso di urto elastico; b) nel caso di urto anelastico.
2. Un punto materiale si muove sottoposto ad una forza sconosciuta, conservativa, in modo tale che la sua energia cinetica varia tra $T = 0$ ed il valore massimo $T = 10 \text{ J}$. Quale valore massimo assume l'energia potenziale? Argomentare la risposta.
3. Una bicicletta da circo ha la ruota anteriore di raggio R e quella posteriore di raggio $2R$. Dire se:
 - a) Il modulo della velocità di un punto sul bordo della ruota posteriore è maggiore, uguale o minore di quello di un punto sul bordo della ruota anteriore.
 - b) La velocità angolare della ruota posteriore è maggiore, uguale o minore di quella della ruota anteriore.
4. Nell'ipotesi che la Terra sia un corpo sferico, di raggio $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$, e perfettamente omogeneo calcolarne:
 - a) la massa M ;

$$mg = \gamma \frac{Mm}{R^2} \Rightarrow M = \frac{gR^2}{\gamma} = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

- b) la densità ρ .

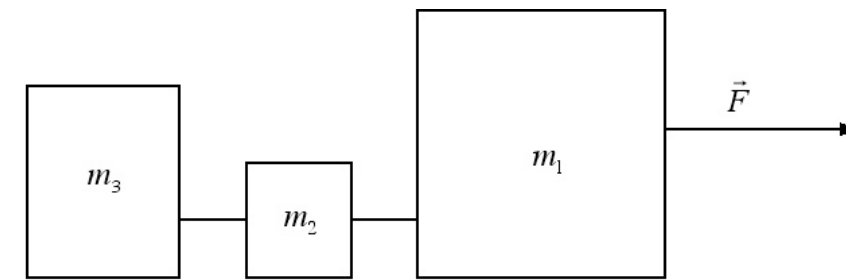
$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = 5.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

Si consideri ora un corpo di massa m posto al di sotto della superficie terrestre ad una distanza r dal centro della Terra.

- c) Calcolare il peso del corpo in funzione di r .

$$P(r) = \gamma m \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{r^2} = \gamma \frac{Mm}{R^3} r$$

5. Tre blocchi di massa rispettivamente $m_1 = 5 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$ e $m_3 = 3 \text{ kg}$ poggiano su un piano orizzontale e sono uniti da due funi ideali (vedi figura).



Sul blocco 1 agisce una forza orizzontale pari a $F = 35 \text{ N}$. Si determini l'accelerazione di ciascun blocco e la tensione delle due funi nel caso in cui:

a) l'attrito dinamico di ciascuno dei tre blocchi sia pari a $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu = 0.2$;

$$F_{tot} = F - \mu m_1 g - \mu m_2 g - \mu m_3 g = F - \mu M g$$

$$a_1 = a_2 = a_3 = a = \frac{F_{tot}}{M} = \frac{F}{M} - \mu g = 1.54 \text{ m/s}^2$$

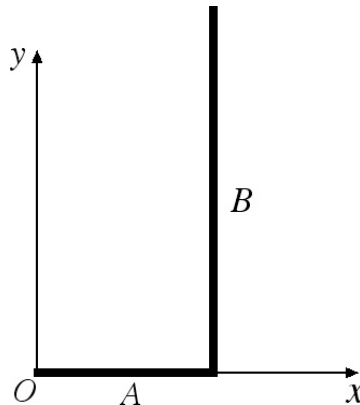
$$\begin{cases} F - T_{12} - \mu m_1 g = m_1 a \\ T_{12} - T_{23} - \mu m_2 g = m_2 a \\ T_{23} - \mu m_3 g = m_3 a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = T_{12} + m_1(a + \mu g) = (m_1 + m_2 + m_3)(a + \mu g) \\ T_{12} = (m_2 + m_3)(a + \mu g) \\ T_{23} = m_3(a + \mu g) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + \mu g = \frac{F}{M} \\ T_{12} = \frac{F}{M}(m_2 + m_3) = 17.5 \text{ N} \\ T_{23} = \frac{F}{M}m_3 = 10.5 \text{ N} \end{cases}$$

b) non vi sia attrito tra blocchi e piano.

$$a = \frac{F}{M} = 3.5 \text{ m/s}^2$$

6. Un corpo rigido è costituito da due aste omogenee di spessore trascurabile A e B rispettivamente di massa e lunghezza $m_A = 5 \text{ kg}$, $l_A = 0.6 \text{ m}$ e $m_B = 7 \text{ kg}$, $l_B = 1.2 \text{ m}$ attaccate ad un estremo in modo tale da formare un angolo retto. Il sistema, inizialmente in quiete nella posizione raffigurata, è vincolato a ruotare senza attrito in un piano verticale attorno al punto O .



a) Determinare il centro di massa del sistema (nel sistema di riferimento indicato in figura).

$$x_{CM} = \frac{1.5 + 4.2}{12} = 0.48 \text{ m}$$

$$y_{CM} = \frac{4.2}{12} = 0.35 \text{ m}$$

Il sistema viene lasciato libero di muoversi sotto l'azione del campo gravitazionale. Calcolare:

b) l'accelerazione angolare iniziale;

$$I_O = \frac{1}{3}m_A l_A^2 + \frac{1}{12}m_B l_B^2 + m_B(l_A^2 + \frac{l_B^2}{4}) = 6.48 \text{ kg m}^2$$

$$x_{CM}Mg = I_O\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{x_{CM}Mg}{I_O} = \frac{0.48 \cdot 12 \cdot 9.8}{6.48} = 8.71 \text{ rad/s}^2$$

c) la massima velocità angolare assunta dal sistema.

$$Mg(y_{CM} + \sqrt{x_{CM}^2 + y_{CM}^2}) = \frac{1}{2}I_O\dot{\theta}^2 \Rightarrow \dot{\theta} = \sqrt{\frac{2Mg(y_{CM} + \sqrt{x_{CM}^2 + y_{CM}^2})}{I_O}} = 5.85 \text{ rad/s}$$

Accelerazione di gravità: $g = 9.80 \text{ m/s}^2$

Costante di gravitazione universale: $\gamma = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$