Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Sessione autunnale 2008 - Secondo appello - Prova scritta del corso di Fisica Generale L-A
(24 settembre 2008)
Prof. Maurizio Piccinini

Soluzioni

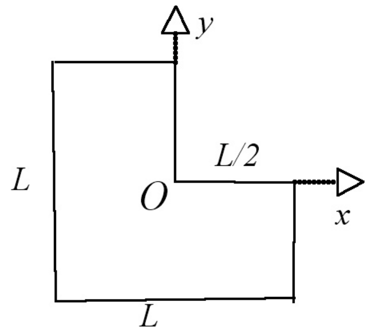
1. Due pianeti, di masse $m_1 < m_2$, percorrono orbite circolari intorno ad una stella di massa M. Entrambi sono soggetti ad una forza gravitazionale di pari entità. Esprimere la relazione che intercorre tra le masse dei pianeti ed i loro periodi di rivoluzione.

2. Data la forza espressa da:

$$\vec{F} = \frac{a}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} x\hat{i} + \left[\frac{a}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} - b\right] y\hat{j} + \left[\frac{a}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} z + c\right] \hat{k}$$

(con a, b e c costanti positive), dire, senza fare calcoli, se la forza è conservativa. Motivare la risposta.

3. Si consideri il corpo rigido omogeneo rappresentato in figura.



Esprimere le coordinate x_{CM} e y_{CM} del suo centro di massa, rispetto al punto O, in funzione di L.

$$\begin{cases} M \cdot 0 = \frac{3}{4} M x_{CM} + \frac{1}{4} M \frac{1}{4} L \ \Rightarrow\ x_{CM} = -\frac{L}{12} \\ M \cdot 0 = \frac{3}{4} M y_{CM} + \frac{1}{4} M \frac{1}{4} L \ \Rightarrow\ y_{CM} = -\frac{L}{12} \end{cases}$$

4. Un astronauta, appena atterrato su un piccolo pianeta sferico privo di atmosfera, cammina in linea retta lungo un meridiano per una distanza $L = 35\ km$ prima di ritrovarsi al punto di partenza. Osserva inoltre che lasciando cadere un martello da una altezza $h = 1.5\ m$ esso impiega un tempo $t = 22\ s$ per arrivare al suolo.
Si determinino:

a) il valore della accelerazione di gravità sul pianeta;

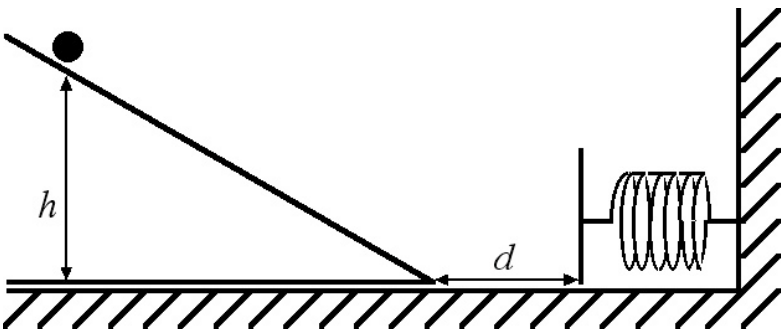
$$g = \frac{2h}{t^2} = 6.2 \times 10^{-3}\ m/s^2$$

b) la massa del pianeta.

$$R = \frac{L}{2\pi}$$

$$g = \gamma \frac{M}{R^2} \ \Rightarrow\ M = \frac{gR^2}{\gamma} = \frac{gL^2}{4\pi^2\gamma} = 2.9 \times 10^{15}\ kg$$

5. Un punto materiale di massa m, inizialmente fermo, scende lungo un piano inclinato liscio di massa M. Alla fine del piano inclinato scorre su un tratto orizzontale andando ad urtare una molla, di massa trascurabile, fissata ad una parete verticale. La distanza tra la fine del piano inclinato e il vincolo è d. La molla ha lunghezza a riposo l_0 e costante elastica k.



Calcolare l'altezza minima h da cui il punto materiale deve scendere affinché, dopo avere urtato la molla, possa toccare la parete verticale nei casi in cui:

a) il piano orizzontale è liscio;

$$mgh = \frac{1}{2}kl_0^2 \;\Rightarrow\; h = \frac{1}{2}\frac{kl_0^2}{mg}$$

b) il piano orizzontale è scabro con coefficiente di attrito dinamico μ_d;

$$mgh = \frac{1}{2}kl_0^2 + \mu_d mg(d + l_0) \;\Rightarrow\; h = \frac{1}{2}\frac{kl_0^2}{mg} + \mu_d(d + l_0)$$

c) il piano orizzontale è senza attrito come nel punto a) e il piano inclinato non è fisso ma può scorrere senza attrito sul piano orizzontale.

$$\begin{cases} 0 = mv + MV \\ mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = -\frac{m}{M}v \\ mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\frac{m^2}{M}v^2 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{mgh}{1+\frac{m}{M}} = \frac{1}{2}kl_0^2 \;\Rightarrow\; h = \frac{1}{2}\frac{kl_0^2}{mg}\left(1 + \frac{m}{M}\right)$$

6. Un cilindro di massa M e raggio R rotola senza strisciare su un piano orizzontale, con velocità di traslazione $v = 10\ m/s$. Ad un certo istante incontra un piano inclinato. Determinare a che altezza sale sul piano inclinato nelle seguenti ipotesi:

a) il piano sia scabro in modo da garantire le condizioni di rotolamento puro;

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}MR^2\frac{v^2}{R^2} = Mgh \;\Rightarrow\; h = \frac{3}{4}\frac{v^2}{g} = 7.7\ m$$

b) il piano sia perfettamente liscio.

$$\frac{3}{4}Mv^2 = \frac{1}{4}Mv^2 + Mgh \;\Rightarrow\; h = \frac{1}{2}\frac{v^2}{g} = 5.1\ m$$

Accelerazione di gravità: $g = 9.80\ m/s^2$
Costante di gravitazione universale: $\gamma = 6.67 \times 10^{-11}\ N\ m^2/kg^2$