Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Sessione invernale - Primo appello - Prova scritta del corso di Fisica Generale L-A
(10 dicembre 2008)
Prof. Maurizio Piccinini

Soluzioni

1. Tra le tre affermazioni elencate individuare quella vera e motivarla:
   a) In un moto armonico, l'energia meccanica totale si mantiene costante.
   b) In un moto armonico, l'energia meccanica totale varia periodicamente.
   c) In un moto armonico, l'energia potenziale si mantiene costante.

2. Si immagini di lasciar cadere un sasso dentro un pozzo che attraversa diametralmente tutta la terra (supposta omogenea, di densità costante). Dire quale affermazione tra le seguenti è corretta, motivando la risposta:
   a) L'accelerazione del sasso nel centro della terra è massima.
   b) La forza che agisce sul sasso nel centro della terra è massima.
   c) La sua velocità nel centro della terra è massima.

3. Tre vettori di uguale modulo a ruotano in un piano, con i loro punti di applicazione fermi nell'origine delle coordinate e con velocità angolari costanti rispettivamente pari a $\omega = \frac{1}{6}\pi\ s^{-1}$, 2ω e 3ω. Calcolare l'istante t_0 al quale la loro risultante si annulla, sapendo che all'istante $t = 0$ i tre vettori sono paralleli ed equiversi.

4. Un cannoncino a molla rigidamente ancorato al terreno viene usato in prossimità della superficie terrestre per sparare proiettili di massa m verso un bersaglio posto alla sua stessa quota e ad una distanza d da esso; la molla ha costante elastica k e può essere compressa al massimo di un tratto l_0, in modo da poter sparare il proiettile con una velocità iniziale di modulo massimo pari a v_0.
   Noti i valori di $m = 20\ g$, $d = 50\ m$, $v_0 = 30\ m/s$ e $l_0 = 10\ cm$ e trascurando l'attrito dell'aria, determinare:
   a) la costante elastica della molla;
   $$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}kl_0^2 \ \Rightarrow\ k = \frac{mv_0^2}{l_0^2} = \frac{0.02 \cdot 900}{0.01} = 1.8 \cdot 10^3\ N/m$$
   b) l'angolo rispetto all'orizzontale che deve formare la direzione di tiro per colpire il bersaglio se il proiettile viene lanciato alla massima velocità possibile;
   $$\begin{cases} v_0 \cos\theta\ t = d \\ v_0 \sin\theta = \frac{1}{2}gt \end{cases} \Rightarrow\ 2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta = \frac{gd}{v_0^2}$$
   $$\theta = \frac{1}{2}\arcsin\frac{gd}{v_0^2} = \frac{1}{2}\arcsin\frac{9.8\cdot 50}{900} = \frac{1}{2}\arcsin 0.54 = \frac{1}{2}0.58 = 0.29\ rad = 16.5^\circ$$
   c) il tempo necessario al proiettile per raggiungere il bersaglio nelle condizioni del punto b);
   $$t = \frac{d}{v_0\cos\theta} = \frac{50}{30\cdot 0.96} = 1.7\ s$$
   d) la forza media che agisce sul proiettile quando esso colpisce il bersaglio se la profondità di penetrazione è $d_0 = 4\ cm$ e il proiettile è stato lanciato con velocità massima.
   $$\frac{1}{2}mv_0^2 = \langle F\rangle d_0 \ \Rightarrow\ \langle F\rangle = \frac{1}{2}\frac{mv_0^2}{d_0} = \frac{1}{2}\frac{0.02\cdot 900}{0.04} = 225\ N$$

5. Un oggetto di massa $m = 200\ g$ è appoggiato su un piano orizzontale e vincolato ad un punto fisso del piano con un filo ideale di lunghezza $L = 80\ cm$ inizialmente teso. Ad un certo istante all'oggetto viene impressa una velocità $\vec{v}_0$, di modulo $v_0 = 4\ m/s$, perpendicolare alla direzione del filo.

   a) Se il piano è privo di attrito, determinare il moto successivo dell'oggetto e calcolare il modulo della tensione $\vec{T}$ del filo.

$$T = m\frac{v_0^2}{L} = 0.2\frac{16}{0.8} = 4\ N$$

   Se invece il piano ha attrito, descritto dal coefficiente $\mu_c = 0.03$, calcolare:

   b) il modulo della velocità dell'oggetto v_f dopo che è trascorso un tempo $\tau = 10\ s$ dall'inizio del moto;

$$a_A = \mu_c g$$

$$v_f = v_0 - a_A\tau = v_0 - \mu_c g\tau = 4\ m/s - 0.03 \cdot 9.8\ m/s^2 \cdot 10\ s = (4 - 2.94)\ m/s = 1.06\ m/s$$

   c) il lavoro compiuto dalla forza di attrito nel tempo τ;

$$L_A = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_0^2) = \frac{1}{2}0.2(1.12 - 16)\ J = -0.1 \cdot 14.88\ J = -1.49\ J$$

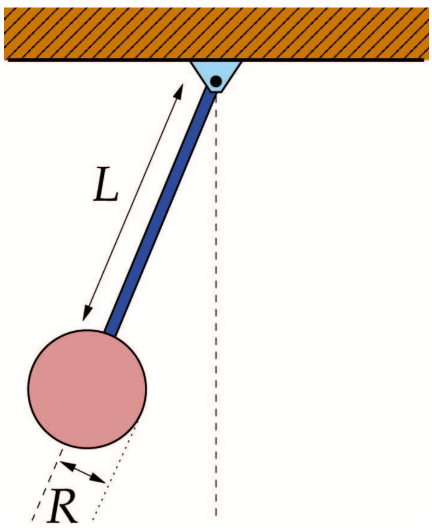
   d) la tensione del filo T_f dopo che è trascorso il tempo τ dall'inizio del moto;

$$T_f = m\frac{v_f^2}{L} = 0.2\frac{1.12}{0.8} = 0.28\ N$$

   e) la lunghezza d del cammino percorso dall'oggetto prima di fermarsi.

$$L = F_A \cdot d \ \Rightarrow\ -\frac{1}{2}mv_0^2 = -\mu_c mgd \ \Rightarrow\ d = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{\mu_c g} = \frac{1}{2}\frac{16}{0.03 \cdot 9.8} = 27.21\ m$$

6. Un pendolo fisico è costituito da un disco omogeneo di raggio R e massa M rigidamente connesso ad un'asta omogenea di lunghezza L e massa m (vedi figura).



   Calcolare:

a) il momento di inerzia del pendolo rispetto all'asse passante per il punto di sospensione;

$$I_O = \frac{1}{3}mL^2 + \frac{1}{2}MR^2 + M(L+R)^2$$

b) la distanza d tra il centro di massa del pendolo e il punto di sospensione;

$$d = \frac{m\frac{L}{2} + M(L+R)}{m+M}$$

c) il periodo del pendolo.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_O}{(m+M)gd}}$$

Accelerazione di gravità: $g = 9.80\ m/s^2$