

Soluzioni

1. Un proiettile di massa m_1 urta un bersaglio di massa m_2 incollandosi ad esso. Dopo l'urto proiettile e bersaglio si muovono con velocità dimezzata rispetto a quella incidente. Cosa si può dedurre riguardo alle masse delle particelle bersaglio e proiettile?
Motivare la risposta.

$$m_1 v = (m_1 + m_2) \frac{v}{2} \Rightarrow m_1 \frac{v}{2} = m_2 \frac{v}{2} \Rightarrow m_1 = m_2$$

2. Nella equazione che esprime la legge di gravitazione universale compaiono le masse dei corpi celesti interagenti. Tali masse sono:
- Le masse inerziali.
 - Le masse gravitazionali.
 - È indifferente, poiché massa inerziale e gravitazionale sono la stessa cosa.

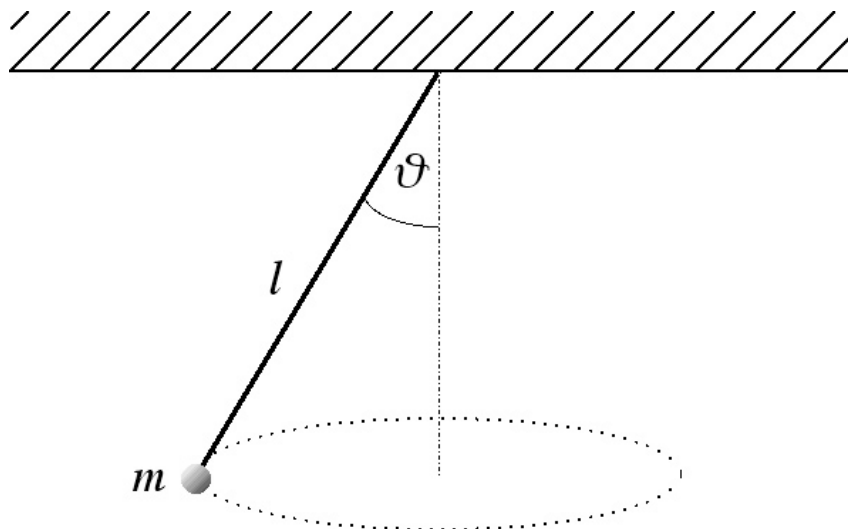
Scegliere l'affermazione giusta e motivare.

La legge di gravitazione universale discende dalle leggi di Keplero e dalla $\vec{F} = m\vec{a}$

3. Un uomo seduto su una sedia girevole ruota con velocità angolare costante (non vi sono forze di attrito). L'uomo ha le braccia tese e sostiene due sfere di massa uguale. A un certo punto egli lascia cadere le due masse: cosa cambia nel moto della persona? (momento della quantità di moto, velocità angolare?)

Le due masse, pur cadendo, hanno componente orizzontale della quantità di moto costante, pari a $m\vec{v}$, dove \vec{v} è la velocità lineare immediatamente prima del distacco. Il momento della quantità di moto delle sfere rispetto all'asse di rotazione è invariato (contribuisce solo la componente orizzontale della velocità) per cui lo è anche il momento della quantità di moto dell'uomo, il cui stato di moto quindi non cambia

4. La sfera nel disegno, di massa $m = 240 \text{ g}$, si muove di moto circolare uniforme in un piano orizzontale appesa ad un filo lungo $l = 1 \text{ m}$ che forma un angolo $\theta = 30^\circ$ con la direzione verticale.



- a) Analizzare le forze che agiscono sulla sfera, prima nel sistema di riferimento del laboratorio e poi in un sistema di riferimento solidale con la sfera stessa;

$$SL: \quad \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} R \cos \theta = mg \\ R \sin \theta = m\omega^2 r = m\omega^2 l \sin \theta \end{cases}$$

$$SS: \quad \vec{P} + \vec{R} - m\vec{a}_T = \vec{0}$$

- b) calcolare la tensione del filo;

$$R = \frac{mg}{\cos \theta} = 0.240 \cdot 9.80 \frac{2}{\sqrt{3}} = 2.72 \text{ N}$$

- c) calcolare il periodo del moto circolare.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{R}} = 1.87 \text{ s}$$

5. Un pianeta sferico di raggio $R = 3500 \text{ km}$ ha una densità costante $\rho = 4.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. Determinare:

- a) il peso di una persona che ha un peso $P = 672 \text{ N}$ sulla terra;

$$m_{\text{persona}} = \frac{P}{g} = \frac{672}{9.80} = 68.6 \text{ kg}$$

$$M_{\text{pianeta}} = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow g_{\text{pianeta}} = \gamma \frac{M}{R^2} = \gamma \rho \frac{4}{3} \pi R = 6.67 \times 10^{-11} \cdot 4 \times 10^3 \frac{4}{3} \pi 3.5 \times 10^6 = 3.91 \text{ m/s}^2$$

$$P' = m_{\text{persona}} g_{\text{pianeta}} = 68.57 \cdot 3.91 = 268 \text{ N}$$

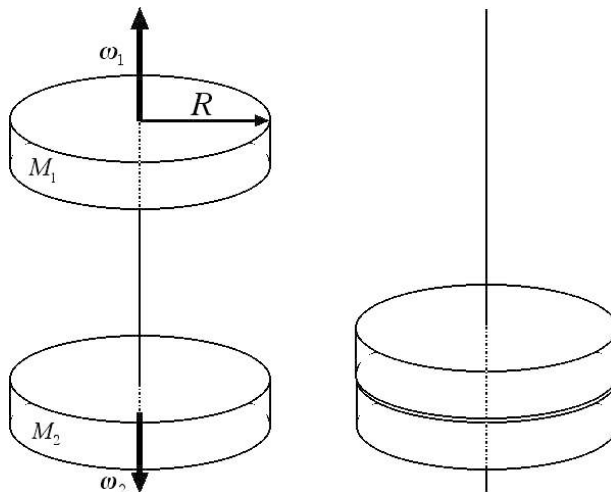
- b) l'altezza massima h raggiunta da un oggetto lanciato verso l'alto con velocità $v = 2 \text{ m/s}$ dalla superficie;

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow h = \frac{1}{2} \frac{v^2}{g} = \frac{1}{2} \frac{4}{3.91} = 0.51 \text{ m}$$

- c) il tempo trascorso dall'istante in cui lascia il terreno a quello in cui vi ritorna.

$$-\frac{1}{2}gt^2 + vt = 0 \Rightarrow t_1 = 0; \quad t_2 = 2 \frac{v}{g} = 2 \frac{2}{3.91} = 1.02 \text{ s}$$

6. Due dischi distinti e omogenei di raggio uguale R e masse M_1 e $M_2 = 3M_1$ ruotano attorno allo stesso asse con velocità angolari ω_1 e $\omega_2 = \frac{1}{4}\omega_1$, con versi opposti (vedi figura).



Ad un certo istante il primo disco cade sul secondo in modo tale da formare un unico disco.
Calcolare:

a) modulo, direzione e verso della velocità angolare finale del sistema;

$$K_i = I_1\omega_1 - I_2\omega_2 = \frac{1}{2}M_1R^2\omega_1 - \frac{1}{2}3M_1R^2\frac{\omega_1}{4} = \frac{1}{8}M_1R^2\omega_1$$

$$K_f = I_{12}\omega_f = 2M_1R^2\omega_f$$

$$\omega_f = \frac{1}{16}\omega_1$$

b) la percentuale di energia cinetica iniziale presente nel sistema dopo l'interazione.

$$T_i = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{32} \right) M_1R^2\omega_1^2 = \frac{19}{64}M_1R^2\omega_1^2$$

$$T_f = \frac{1}{2} \frac{1}{2} 4M_1R^2 \frac{\omega_1^2}{256} = \frac{1}{256}M_1R^2\omega_1^2$$

$$\frac{T_i - T_f}{T_i} = 0.99$$

Costante di gravitazione universale: $\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

Accelerazione di gravità: $g = 9.80 \text{ m/s}^2$