

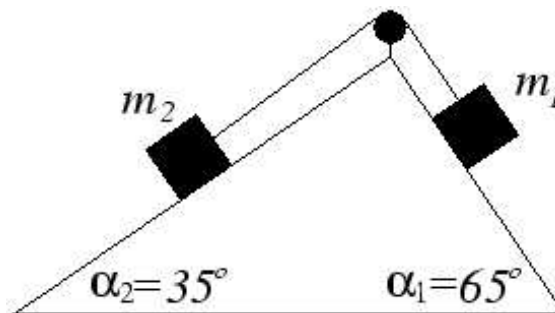
## Soluzioni

1. Calcolare il momento del vettore  $\vec{v} = 6\hat{i} + \hat{j} - 15\hat{k}$ , applicato nel punto  $P(1, 3, 0)$ , rispetto al punto  $M(4, 2, 2)$ .
2. Una particella si muove in linea retta lungo l'asse x. La velocità della particella cambia:
  - a) da -3 m/s a -2 m/s;
  - b) da -2 m/s a 2 m/s.

Come varia la sua energia cinetica (aumenta, diminuisce, resta uguale) nei due casi?  
Il lavoro della forza che agisce sulla particella nei due casi è positivo, negativo o nullo?

3. Un bambino sta sul bordo di un disco orizzontale rotante intorno al suo asse di simmetria. A un certo istante il bambino si sposta verso il centro del disco.  
Dire se le seguenti grandezze, rispetto all'asse del disco, aumentano, diminuiscono o rimangono invariate:
  - a) Il momento d'inerzia del sistema disco-bimbo.
  - b) Il momento angolare del sistema.
  - c) La velocità angolare del bambino e del disco.

4. Due blocchi di massa  $m_1 = 3$  kg e  $m_2 = 5$  kg sono uniti da una fune inestensibile e di massa trascurabile che passa attraverso una carrucola anch'essa di massa trascurabile. Ciascuno dei due blocchi poggia su un piano inclinato come rappresentato in figura. L'attrito tra blocchi e piani inclinati sia trascurabile.



Calcolare:

- a) l'accelerazione del sistema;

$$a = \frac{f_2 + f_1}{m_2 + m_1} = \frac{(m_2 g \sin \alpha_2 - T) + (T - m_1 g \sin \alpha_1)}{m_2 + m_1} = g \frac{m_2 \sin \alpha_2 - m_1 \sin \alpha_1}{m_2 + m_1} \sim 0.183 \text{ m/s}^2$$

- b) la tensione della fune.

$$T = m_2 g \sin \alpha_2 - f_2 = m_2 (g \sin \alpha_2 - a) \sim 27.22 \text{ N}$$

I due blocchi siano inizialmente in quiete a una quota comune  $h = 1.5$  m rispetto al piano orizzontale.  
Calcolare:

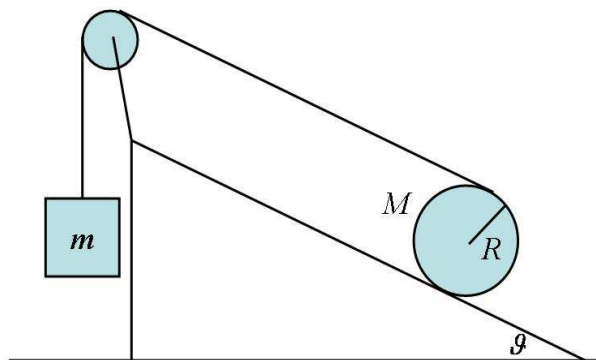
c) il tempo impiegato da uno dei due blocchi per raggiungere il piano orizzontale;

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{2h}{a \sin \alpha_2}} \sim 5.346 \text{ s}$$

d) la quota raggiunta in questo istante dall'altro blocco.

$$h + \Delta h = h + d \sin \alpha_1 = h \left( 1 + \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} \right) \sim 3.87 \text{ m}$$

5. Un cilindro pieno uniforme di massa  $M$  e raggio  $R$  si trova su un piano inclinato di un angolo  $\theta$  su cui rotola senza strisciare. Attorno al cilindro è avvolta una fune sottile inestendibile, che passa attraverso una puleggia di massa e attrito trascurabile sostenendo un corpo di massa  $m$  come illustrato in figura. Il sistema è inizialmente fermo.



Calcolare:

- a) il rapporto fra l'accelerazione del cilindro e quella del centro di massa del corpo;

$$a_{\text{corpo}} = 2a_{\text{cilindro}}$$

- b) il momento di inerzia  $I$  del cilindro rispetto all'asse istantaneo di rotazione (linea di contatto fra cilindro e piano);

$$I = I_{CM} + MR^2 = \frac{1}{2}MR^2 + MR^2 = \frac{3}{2}MR^2$$

- c) l'accelerazione angolare  $\alpha$  del cilindro;

$$T - mg = ma_1$$

$$-MgR \sin \theta + 2TR = I\alpha$$

$$\alpha = -aR$$

$$Mg \sin \theta - 2T = \frac{3}{2}Ma$$

$$T - mg = 2ma$$

$$(M \sin \theta - 2m)g = \left(\frac{3}{2}M + 4m\right)a$$

$$a = \frac{M \sin \theta - 2m}{\frac{3}{2}M + 4m}g$$

d) la tensione della fune.

$$T = m(g + 2a) = mg \left(1 + \frac{2M \sin \theta - 4m}{\frac{3}{2}M + 4m}\right)$$

6. Un pianeta ha massa  $M = 10^{25}$  kg e raggio  $R = 6.055 \cdot 10^3$  km. Attorno al pianeta orbita un satellite in un'orbita circolare di raggio  $r = 3R$ .

Calcolare:

a) il periodo di rivoluzione  $T$  del satellite;

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{\gamma M} r^3} = 1.88 \cdot 10^4 \text{ s}$$

b) il modulo  $g$  del campo di gravità sulla superficie del pianeta.

$$g = \gamma \frac{M}{R^2} = 18.2 \text{ m/s}^2$$

Si supponga di lanciare un proiettile rasoterra.

c) Che velocità  $v_0$  bisogna imprimere al proiettile per farlo orbitare rasoterra?

$$v_0 = \sqrt{\gamma \frac{M}{R}} = 1.05 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

d) Se il pianeta ha densità uniforme, qual è la differenza  $\Delta U$  di energia potenziale fra il centro e la superficie per un sasso di massa  $m = 1$  kg?

$$\Delta U = -\gamma \frac{Mm}{2R} = -5.5 \cdot 10^7 \text{ J}$$

---

Costante di gravitazione universale:  $\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

Accelerazione di gravità:  $g = 9.80 \text{ m/s}^2$