Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
I° compito parziale - FISICA GENERALE L-A
(15 febbraio 2007)
Prof. Maurizio Piccinini

A - Soluzioni

1. Se $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ e $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$, con $\vec{a}$ e $\vec{b}$ vettori non nulli, dire quale delle affermazioni seguenti è vera e motivare la risposta:

   a) il modulo c è sempre maggiore del modulo d;

   b) il prodotto scalare $\vec{c} \cdot \vec{d}$ è indipendente dall'angolo sotteso da $\vec{a}$ e $\vec{b}$;

   c) il modulo di $\vec{c} - \vec{d}$ è maggiore o uguale a zero.

2. I tre vettori complanari $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$, applicati nello stesso punto, hanno risultante nullo. Se $\|\vec{a}\| = 3$, $\vec{b} = 3\hat{\imath} - \sqrt{3}\hat{\jmath} + 2\hat{k}$, $\|\vec{c}\| = 5$, calcolare gli angoli compresi.

$$\|\vec{a} + \vec{b}\| = \|\vec{c}\|$$

$$\|\vec{b}\| = \sqrt{9+3+4} = \sqrt{16} = 4$$

$$\|\vec{c}\| = \sqrt{\|\vec{a}\|^2 + \|\vec{b}\|^2 + 2\|\vec{a}\|\|\vec{b}\|\cos\theta_{ab}} \;\Rightarrow\; 5 = \sqrt{9 + 16 + 2 \cdot 12\cos\theta_{ab}}$$

$$\cos\theta_{ab} = \frac{25-25}{24} = 0 \;\Rightarrow\; \theta_{ab} = \frac{\pi}{2}$$

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{\|\vec{b}\|^2 + \|\vec{c}\|^2 + 2\|\vec{b}\|\|\vec{c}\|\cos\theta_{bc}} \;\Rightarrow\; 3 = \sqrt{16 + 25 + 2 \cdot 20\cos\theta_{bc}}$$

$$\cos\theta_{bc} = \frac{9-41}{40} = -\frac{32}{40} = -0.8 \;\Rightarrow\; \theta_{bc} = \arccos -0.8 = 126.9^\circ$$

3. Dato il moto piano definito dalle equazioni parametriche $x(t) = ut$, $y(t) = A\cos\omega t$, con u, A ed ω costanti note, determinare:

   a) l'equazione della traiettoria;

$$\left.\begin{array}{l} x(t) = ut \\ y(t) = A\cos\omega t \end{array}\right\} \;\Rightarrow\; y = A\cos\frac{\omega}{u}x$$

   b) le ascisse dei punti in cui il modulo della velocità è minimo;

$$\left.\begin{array}{l} v_x = u \\ v_y = -A\omega\sin\omega t \end{array}\right\} \;\Rightarrow\; v(t) = \sqrt{u^2 + A^2\omega^2\sin^2\omega t}$$

$$v_{min} = u$$

$$v_{ymin} = 0 = -A\omega\sin\omega t \;\Rightarrow\; t_{min} = \frac{n\pi}{\omega}$$

$$x(t_{min}) = u\frac{n\pi}{\omega}$$

   c) il raggio di curvatura in tali punti.

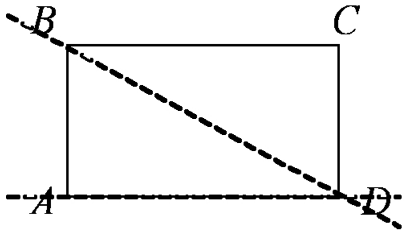
$$\left.\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -A\omega^2\cos\omega t \end{array}\right\} \;\Rightarrow\; a = a_y = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$$t_{min} = \frac{n\pi}{\omega} \;\left\{\begin{array}{l} v = u \\ a = A\omega^2 \end{array}\right.$$

$$\ddot{s}(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{2A^2\omega^2 \sin\omega t \cos\omega t}{2\sqrt{u^2 + A^2\omega^2 \sin^2\omega t}} \Rightarrow \begin{cases} a_t(\frac{n\pi}{\omega}) = 0 \\ a_n(\frac{n\pi}{\omega}) = \frac{\omega^2}{\rho} \end{cases}$$

$$\frac{u^2}{\rho} = A\omega^2 \Rightarrow \rho = \frac{u^2}{A\omega^2}$$

4. Il rettangolo in figura viene posto in rotazione prima attorno al lato AD, con velocità angolare $\vec{\omega}$ costante, poi intorno alla diagonale BD con velocità angolare $\vec{\omega}'$ costante tale che $\omega' = \omega$.



Nel primo caso la velocità del punto C ha modulo $v_C = 30\ cm/s$. Dati $AB = 15\ cm$ e $AD = 20\ cm$, calcolare il modulo v'_C nel secondo caso.

$$\vec{v}_C = \vec{v}_D + \vec{\omega} \wedge (C - D) \Rightarrow v_C = \omega\overline{CD} \Rightarrow \omega = \frac{v_C}{\overline{CD}} = 2\ rad/s$$

$$\vec{v}'_C = \vec{v}_D + \vec{\omega}' \wedge (C - D) \Rightarrow v'_C = \omega'\overline{CD}\sin\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{BC}}{\sqrt{\overline{BC}^2 + \overline{CD}^2}} = 0.8$$

$$v'_C = \omega\overline{CD}\sin\alpha = 2\ rad/s \times 15\ cm \times 0.8 = 24\ cm/s$$