Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
I° compito parziale - FISICA GENERALE L-A
(15 febbraio 2007)
Prof. Maurizio Piccinini

C - Soluzioni

1. Si consideri un moto armonico. Quando l'accelerazione è nulla:

   a) la velocità è nulla;
   b) la velocità è massima;
   c) la velocità è minima, ma non nulla.

   Scegliere la risposta giusta e motivarla.

2. In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale sono dati i seguenti vettori:

$$\begin{aligned}\vec{v_1} &= 6\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - \hat{k}\\ \vec{v_2} &= \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 4\hat{k}\\ \vec{v_3} &= -2\hat{\imath} - 5\hat{\jmath} + 3\hat{k}\end{aligned}$$

   Si ricavi l'espressione in componenti della risultante, il suo modulo e l'angolo da essa formato con gli assi coordinati.

$$\vec{R} = (6+1-2)\hat{\imath} + (3+2-5)\hat{\jmath} + (-1-4+3)\hat{k} = 5\hat{\imath} - 2\hat{k}$$

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{5^2+2^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29} = 5.39$$

$$\cos\theta_x = \frac{R_x}{\|\vec{R}\|} = \frac{5}{5.39} = 0.93 \;\Rightarrow\; \theta_x = \arccos 0.93 = 21.9^\circ$$

$$\cos\theta_y = \frac{0}{8.49} = 0 \;\Rightarrow\; \theta_y = 90^\circ$$

$$\cos\theta_z = -\frac{2}{5.39} = -0.37 \;\Rightarrow\; \theta_z = \arccos(-0.37) = 111.8^\circ$$

3. Dato il moto piano definito dalle equazioni parametriche $x(t) = t^2 + 2t + 1$ e $y(t) = 2t + 2$ determinare:

   a) l'equazione cartesiana della traiettoria;

$$\begin{cases} x(t) = t^2 + 2t + 1 = (t+1)^2 \\ y(t) = 2t + 2 = 2(t+1) \end{cases} \quad \Rightarrow\; y^2 = 4x$$

   b) le coordinate del punto in cui il modulo della velocità è minimo;

$$\begin{cases} v_x(t) = 2t + 2 \\ v_y(t) = 2 \end{cases}$$

$$v(t) = \sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t)} = \sqrt{4t^2 + 8t + 4 + 4} = 2\sqrt{t^2 + 2t + 2}$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{2t+2}{\sqrt{t^2+2t+2}} = 0 \;\Rightarrow\; t = -1$$

$$x(-1) = 1 - 2 + 1 = 0$$

$$y(-1) = -2 + 2 = 0$$

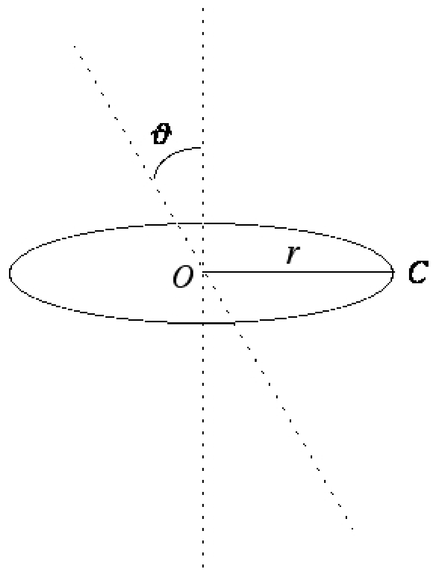
c) il raggio di curvatura quando $t = 0$.

$$\left.\begin{array}{l} a_x(t) = 2 \\ a_y(t) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \ a = 2 = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} \dot{s}(0) = 2\sqrt{2} \\ \ddot{s}(0) = \sqrt{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \ 2 = \sqrt{2 + \left(\frac{8}{\rho}\right)^2}$$

$$4 = 2 + \left(\frac{8}{\rho}\right)^2 \ \Rightarrow \rho = 4\sqrt{2}$$

4. Il disco in figura, di raggio $r = 6\ cm$, viene posto in rotazione prima attorno ad un asse passante per il centro e perpendicolare ad esso con velocità angolare $\vec{\omega}$ costante, poi intorno ad un asse passante per il centro e posto sul piano individuato dal punto C e dal primo asse, inclinato rispetto a questo di un angolo $\theta = 30°$, con velocità angolare $\vec{\omega}'$ costante tale che $\omega' = \omega$.



Nel primo caso la velocità del punto C posto sul bordo del disco ha modulo $v_C = 30\ cm/s$. Calcolare il modulo v'_C nel secondo caso.

$$\vec{v}_C = \vec{v}_O + \vec{\omega} \wedge (C - O) \ \Rightarrow \ \omega = \frac{v_C}{r} = \frac{30\ cm/s}{6} = 5\ rad/s$$

$$\vec{v}'_C = \vec{v}_O + \vec{\omega}' \wedge (C - O) \ \Rightarrow \ v'_C = \omega \|(C - O)\| \sin 120° = 5\ rad/s \times 6\frac{\sqrt{3}}{2}\ cm = 15\sqrt{3}\ cm/s$$