Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
I° compito parziale - FISICA GENERALE L-A
(19 febbraio 2008)
Prof. Maurizio Piccinini

A - Soluzioni

1. Dati due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ dire quali sono le loro proprietà per ciascuno dei seguenti casi:

   a) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$ e $|\vec{a}|+|\vec{b}|=|\vec{c}|$;

$$\left.\begin{array}{l} \vec{c}=\vec{a}+\vec{b} \;\Rightarrow\; |\vec{c}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta \\ |\vec{c}|=|\vec{a}|+|\vec{b}| \;\Rightarrow\; |\vec{c}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2|\vec{a}||\vec{b}| \end{array}\right\} \Rightarrow\; \cos\theta=1 \;\Rightarrow\; \theta=0$$

   b) $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$.

$$|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta \;\Rightarrow\; 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=-2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta \;\Rightarrow\; \cos\theta=0 \;\Rightarrow\; \theta=\pm\frac{\pi}{2}$$

2. Un sasso viene lanciato verso l'alto con velocità $v=3.5$ m/s da una quota di 2.7 m.
   Trascurando l'attrito determinare:

   a) il tempo impiegato per toccare il pavimento;

$$s(t)=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+s_0$$

$$0=-\frac{1}{2}gt_p^2+v_0t_p+s_0 \;\Rightarrow\; t_p=\frac{v_0\pm\sqrt{v_0^2+2gs_0}}{g}=1.18\ s$$

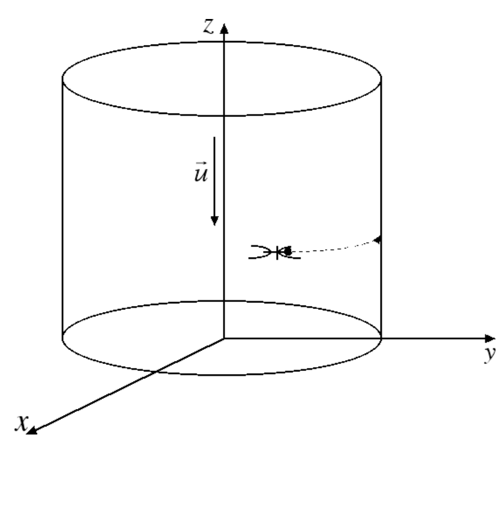
   b) l'altezza massima raggiunta.

$$v(t)=-gt+v_0$$

$$0=-gt_m+v_0 \;\Rightarrow\; t_m=\frac{v_0}{g}=0.36\ s$$

$$s_m=-\frac{1}{2}gt_m^2+v_0t_m+s_0=3.34\ m$$

3. Un cilindro di raggio R si muove verso il basso con velocità $\vec{u}$ costante parallela al suo asse di simmetria. Una formica cammina sul cilindro lungo una traiettoria perpendicolare rispetto all'asse del cilindro con velocità angolare $\vec{\omega}$ costante.



a) Ricavare equazioni del moto, velocità e accelerazione della formica (punto materiale) nel sistema di riferimento fisso;

Cilindro:

$$x(t) = R\cos(wt), \quad y(t) = R\sin(wt), \quad z(t) = 0$$

S.d.R. fisso:

$$(P - O') = (P - O) + (O - O') = R\cos(wt)\hat{\imath}' + R\sin(wt)\hat{\jmath}' - ut\hat{k}$$

$$x'(t) = R\cos(wt), \quad y'(t) = R\sin(wt), \quad z'(t) = -ut$$

$$\dot{x}'(t) = -\omega R\sin(wt), \quad \dot{y}'(t) = \omega R\cos(wt), \quad \dot{z}'(t) = -u$$

$$\ddot{x}'(t) = -\omega^2 R\cos(wt), \quad \ddot{y}'(t) = -\omega^2 R\sin(wt), \quad \ddot{z}'(t) = 0$$

b) ricavare le equazioni della traiettoria e l'equazione oraria del moto della formica nel sistema di riferimento fisso;

$$x'(t) = R\cos\left[\left(-\frac{\omega}{u}\right) z'\right]; \quad y'(t) = R\sin\left[\left(-\frac{\omega}{u}\right) z'\right]$$

$$\dot{s} = \sqrt{\dot{x}'^2 + \dot{y}'^2 + \dot{z}'^2} = \sqrt{\omega^2 R^2 + u^2}$$

$$s(t) = \sqrt{\omega^2 R^2 + u^2}\; t + s_0$$

c) trovare il raggio del cerchio osculatore in un punto generico della traiettoria.

$$a_t = \ddot{s} = 0; \quad a_n = \frac{\dot{s}^2}{\rho} = \frac{\omega^2 R^2 + u^2}{\rho} = a = \omega^2 R$$

$$\rho = \frac{\omega^2 R^2 + u^2}{\omega^2 R} = R + \frac{u^2}{\omega^2 R} = R\left(1 + \frac{u^2}{\omega^2 R^2}\right)$$