Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Sessione estiva 2007 - Secondo appello - Prova scritta del corso di Fisica Generale L-B
(9 luglio 2007)
Prof. Maurizio Piccinini

Soluzioni

1. Una carica puntiforme $+q$ si trova al centro di un guscio sferico conduttore di carica $-2q$ avente raggio interno a e raggio esterno b. Descrivere come si distribuisce la carica nel guscio sferico all'equilibrio elettrostatico.

2. Sulla confezione di un pasticcino è indicato un "valore nutrizionale" pari a 350 Cal (350 $kcal$). Qualora fosse possibile trasformare completamente tale valore in energia elettrica, per quanto tempo si potrebbe accendere con questa una lampadina da 40 W?

$$3.5 \times 10^5 \ cal \times 4.19 \ J/cal = 146.65 \times 10^4 \ J$$

$$40 \ W = 40 \ J/s$$

$$t = \frac{146.65 \times 10^4 \ J}{40 \ J/s} = 36662.5s = 10.18 \ h$$

3. Una macchina termica A compie, in un ciclo, un lavoro 2 volte maggiore di un'altra macchina B. Sempre in un ciclo la macchina A assorbe 3 volte più calore di B.
   Scegliere la risposta esatta e motivarla:
   a) Il rendimento della macchina B è pari a 1 volta e mezza quello della macchina A;
   b) il rendimento della macchina A è pari a 2 volte quello della macchina B;
   c) il rendimento della macchina A è pari a 2 volte e mezza quello della macchina B.

4. Una mole di gas perfetto biatomico si trova in uno stato con $p_1 = 1 \ atm$, e $T_1 = 0°C$. Il gas viene scaldato a volume costante fino alla temperatura $T_2 = 150°C$, quindi viene espanso adiabaticamente fino a tornare alla pressione p_1. Finalmente il gas viene compresso a pressione costante fino a tornare nello stato iniziale. Calcolare:
   a) la temperatura T_3 dopo l'espansione adiabatica;

$$V_2 = \frac{nRT_1}{p_1} = 22.4 \ l$$

$$p_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = 1.55 \ atm$$

$$V_3 = V_2 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = 30.6 \ l \qquad \left(\gamma = \frac{7}{5}\right)$$

$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{nR} = 373.17 \ K = 100.02°C$$

b) il calore scambiato in ogni processo;

$$Q_{12} = nc_V \Delta T_{12} = \frac{5}{2} R \Delta T_{12} = 3.12\ kJ$$

$$Q_{23} = 0$$

$$Q_{31} = nc_p \Delta T_{31} = \frac{7}{2} R \Delta T_{31} = -2.91\ kJ$$

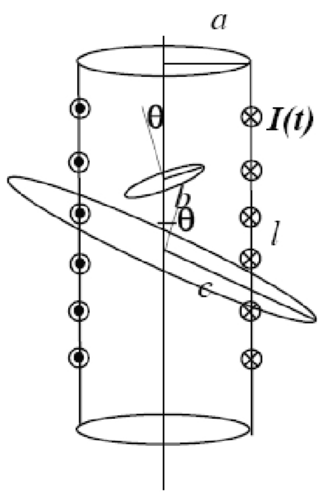
c) il rendimento del ciclo;

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{31}|}{|Q_{12}|} = 6.7\%$$

d) il rendimento di un ciclo di Carnot che lavori tra le temperature estreme del ciclo.

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{273.15}{423.15} = 35.4\%$$

5. Un solenoide è costituito da un cilindro di raggio a e lunghezza l ($l \gg a$, così che esso può essere considerato come praticamente infinito) su cui sono avvolte N spire di filo conduttore. Il filo è collegato ad un generatore di corrente variabile $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$, con I_0 costante (vedi figura).



a) All'interno del solenoide sia collocata una spira, di raggio $b < a$, il cui asse forma un angolo θ rispetto all'asse del solenoide (vedi figura). Supponendo che la resistenza della spira sia R, quanto vale la corrente $I_b(t)$ che vi scorre? Com'è il suo verso rispetto a quello della corrente $I(t)$ che scorre nel solenoide?

$$\vec{B} = \mu_0 n I(t) \hat{k} = \mu_0 n I_0 \sin(\omega t) \hat{k} \qquad \left(n = \frac{N}{l}\right)$$

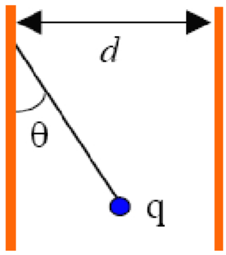
$$I_b(t) = \frac{\varepsilon_{ind}(t)}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{R}\pi b^2 \cos\theta \mu_0 n I_0 \omega \cos(\omega t)$$

I_b è opposta ad I se $0 < t < \frac{\pi}{2\omega}$; concorde con I se $\frac{\pi}{2\omega} < t < \frac{\pi}{\omega}$; opposta se $\frac{\pi}{\omega} < t < \frac{3\pi}{2\omega}$; concorde se $\frac{3\pi}{2\omega} < t < \frac{2\pi}{\omega}$, ecc.

b) Una seconda spira, di raggio $c > a$, è collocata esternamente al solenoide con l'asse che forma un angolo $-\theta$ rispetto all'asse del solenoide (vedi figura). Supponendo che anche la resistenza di questa seconda spira sia R, quanto vale il rapporto tra la corrente $I_c(t)$ che vi scorre e la corrente $I_b(t)$ precedente?

$$I_c(t) = \frac{\varepsilon_{ind}(t)}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{R}\pi a^2 \cos\theta \mu_0 n I_0 \omega \cos(\omega t) \Rightarrow \frac{I_c(t)}{I_b(t)} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$$

6. Una piccola sfera avente massa $m = 3.2\ mg$, uniformemente carica con carica $q = 2.0 \times 10^{-8}\ C$, è appesa tramite un filo isolante all'armatura di un condensatore piano infinito avente una differenza di potenziale $V = 10\ V$ tra le armature, poste verticalmente. All'equilibrio il filo forma un angolo $\theta = 3.64°$ con la verticale.



Calcolare:

a) la distanza tra le armature del condensatore;

$$\vec{P} + q\vec{E} + \vec{T} = \vec{0} \qquad \begin{cases} -mg + T\cos\theta = 0 \\ -T\sin\theta + q\frac{V}{d} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} T\cos\theta = mg \\ T\sin\theta = q\frac{V}{d} \end{cases}$$

$$\tan\theta = \frac{qV}{mgd} \Rightarrow d = \frac{qV}{mg}\frac{1}{\tan\theta} = 0.10\ m$$

b) la densità di carica superficiale sulle armature del condensatore;

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{V}{d} \Rightarrow \sigma = \frac{V}{d}\epsilon_0 = \frac{10\ V}{0.1\ m} 8.854 \cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2 = 8.854 \cdot 10^{-10}\ C/m^2$$

c) la densità di energia elettrostatica presente tra le armature del condensatore.

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} 8.854 \cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2 \cdot 10^4\ V/m = 4.427 \cdot 10^{-8}\ J/m^3$$

Costante universale dei gas: $R = 8.31\ J\ K^{-1}\ mol^{-1}$
Costante dielettrica del vuoto: $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2$
Fattore di conversione $Joule - caloria$: $1\ cal = 4.19\ J$
Equazioni di Poisson: $pV^\gamma = costante$, $TV^{\gamma-1} = costante$, $Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = costante$