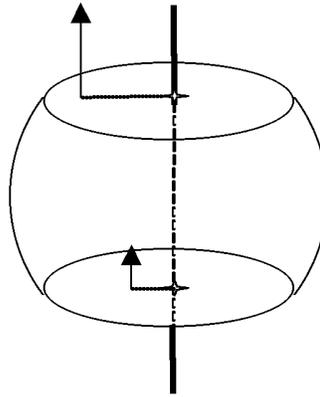


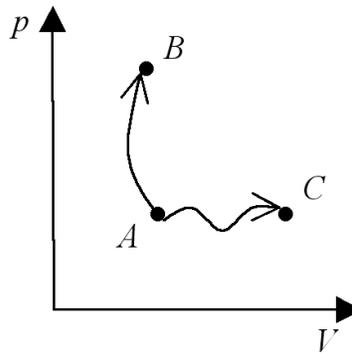
## Soluzioni

1. La sfera tronca rappresentata in figura ha due basi piane circolari di area  $S$ , ed è immersa in un campo magnetico con linee di campo perpendicolari a tali basi rivolte verso l'alto. Su di esse il modulo del campo magnetico varia secondo la legge  $B = kr$ , con  $k$  costante ed  $r$  distanza dall'asse di simmetria dell'oggetto.



Quanto vale il flusso del campo magnetico attraverso la superficie laterale?  
 Motivare la risposta.

2. Un gas ideale nello stato  $A$  alla temperatura  $T_1$  può raggiungere gli stati  $B$  o  $C$  di uguale temperatura  $T_2$ .



La variazione di entropia per il percorso  $AB$  è maggiore, uguale o minore di quella per il percorso  $AC$ ?

$$\Delta S_{AB} - \Delta S_{AC} = S(B) - S(A) - S(C) + S(A) = S(B) - S(C) = \frac{Q_{CB}}{T_2} < 0 \Rightarrow \Delta S_{AB} < \Delta S_{AC}$$

3. Siano dati tre solenoidi molto lunghi: il solenoide (a) con  $n$  spire per unità di lunghezza, percorso da corrente  $i$  e con sezione di area  $A$ ; il solenoide (b) con  $2n$  spire per unità di lunghezza, percorso da corrente  $i$  e con sezione di area  $3A$ ; il solenoide (c) con  $n$  spire per unità di lunghezza, percorso da corrente  $2i$  e con sezione di area  $A/2$ .

Ordinare i tre solenoidi in base alla densità di energia magnetica da essi generata.

4. Una carica  $Q$  è distribuita uniformemente all'interno di un guscio sferico di raggio interno  $R_0$  e raggio esterno  $R_1$ .

a) Determinare la densità di carica di volume  $\rho$ ;

$$\rho = \frac{3}{4\pi} \frac{Q}{(R_1^3 - R_0^3)}$$

b) scrivere l'espressione del campo elettrico in funzione della distanza dal centro del guscio sferico e riportarlo in un grafico;

$$\left\{ \begin{array}{ll} 0 \leq r \leq R_0 ; & \Phi(\vec{E}) = \frac{q(r)}{\epsilon_0} = 0 & \Rightarrow E(r) = 0 \\ R_0 \leq r \leq R_1 ; & \Phi(\vec{E}) = 4\pi r^2 E(r) = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{3}{4\pi} \frac{Q}{(R_1^3 - R_0^3)} \frac{4}{3}\pi (r^3 - R_0^3) & \Rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(r^3 - R_0^3)}{(R_1^3 - R_0^3)} \frac{1}{r^2} \\ r \geq R_1 ; & \Phi(\vec{E}) = 4\pi r^2 E(r) = \frac{Q}{\epsilon_0} & \Rightarrow E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \end{array} \right.$$

c) ripetere i calcoli dei punti precedenti nel limite  $R_0 \rightarrow R_1$ .

$$\rho(R_0 \rightarrow R_1) \rightarrow \infty$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} 0 \leq r \leq R_0 ; & E(r) = 0 \\ R_0 \leq r \leq R_1 ; & E(r) \rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R_1^2} \\ r \geq R_1 ; & E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \end{array} \right.$$

5. Un gas ideale biatomico compie un ciclo termodinamico reversibile composto dalla successione delle seguenti trasformazioni:

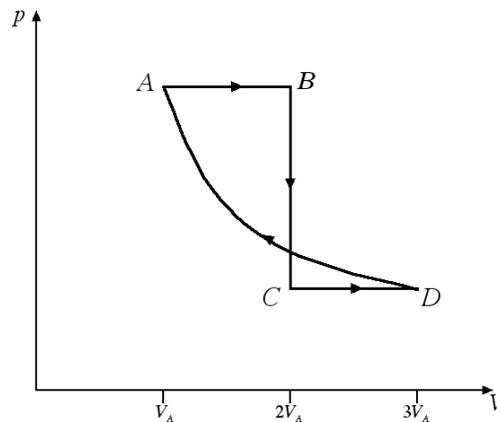
$A \rightarrow B$  : espansione isobara da  $V_A$  a  $V_B = 2V_A$ ;

$B \rightarrow C$  : trasformazione isocora;

$C \rightarrow D$  : espansione isobara fino al volume  $V_D = 3V_A$ ;

$D \rightarrow A$  : compressione isoterma che chiude il ciclo.

a) Rappresentare il ciclo in un diagramma  $p - V$ ;



b) calcolarne il rendimento;

$$L_{AB} = p_A(V_B - V_A) = p_A(2V_A - V_A) = p_A V_A = nRT_A$$

$$\left. \begin{array}{l} L_{CD} = p_C(V_D - V_C) = p_C(3V_A - 2V_A) = p_C V_A \\ p_A V_A = p_D V_D = 3p_C V_A \end{array} \right\} \Rightarrow L_{CD} = \frac{1}{3} p_A V_A = \frac{1}{3} nRT_A$$

$$L_{DA} = nRT_A \int_D^A \frac{dV}{V} = nRT_A \ln \frac{V_A}{V_D} = nRT_A \ln \frac{1}{3} = -nRT_A \ln 3$$

$$\left. \begin{aligned} Q_{AB} &= \Delta U_{AB} + L_{AB} = nc_p(T_B - T_A) \\ nR \frac{T_A}{V_A} &= nR \frac{T_B}{V_B} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{V_A}{V_B} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_B = 2T_A \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q_{AB} = nc_p T_A$$

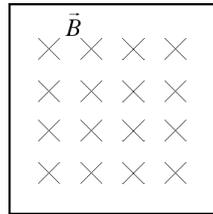
$$\left. \begin{aligned} Q_{CD} &= \Delta U_{CD} + L_{CD} = nc_p(T_D - T_C) \\ nR \frac{T_D}{V_D} &= nR \frac{T_C}{V_C} \Rightarrow \frac{T_D}{T_C} = \frac{V_D}{V_C} = \frac{3}{2} \Rightarrow T_C = \frac{2}{3}T_D = \frac{2}{3}T_A \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q_{CD} = nc_p \frac{1}{3}T_A$$

$$\eta = \frac{L_{AB} + L_{CD} + L_{DA}}{Q_{AB} + Q_{CD}} = \frac{nRT_A \left(1 + \frac{1}{3} - \ln 3\right)}{nRT_A \left(\frac{7}{2} + \frac{7}{6}\right)} = \frac{\frac{4}{3} - \ln 3}{\frac{14}{3}} = 0.050$$

c) calcolare il rendimento di un ciclo di Carnot che lavori fra le stesse temperature estreme.

$$\eta_C = 1 - \frac{T_C}{T_B} = 1 - \frac{\frac{2}{3}T_A}{2T_A} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = 0.\bar{6}$$

6. Il circuito in figura è costituito da 50 spire di area  $A = 200 \text{ cm}^2$  e resistenza  $R = 5\Omega$  ed è immerso in un campo magnetico di intensità  $B = 5 \times 10^{-3} \text{ Wb/m}^2$ , perpendicolare al circuito. Il campo viene ridotto ad un quinto del suo valore iniziale in un tempo  $\Delta t = 0.2 \text{ s}$ .



Determinare:

a) il valore medio della forza elettromotrice indotta;

$$\Phi_0 = 5 \times 10^{-3} \text{ Wb/m}^2 \cdot 0.02 \text{ m}^2 = 10 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

$$\Phi_f = \frac{5 \times 10^{-3} \text{ Wb/m}^2}{5} \cdot 0.02 \text{ m}^2 = 2 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

$$\Delta\Phi = -8 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

$$\varepsilon_{ind} = 50 \frac{8 \times 10^{-5}}{0.2} = 0.02 \text{ V}$$

b) la direzione della forza elettromotrice indotta;

*in senso orario*

c) il valore medio della corrente e la carica totale che fluiscono nel circuito;

$$V = iR \Rightarrow i = \frac{0.02}{5} = 4 \times 10^{-3} \text{ A}$$

$$Q = i\Delta t = 4 \times 10^{-3} \cdot 0.2 = 8 \times 10^{-4} \text{ C}$$

d) l'energia richiesta per variare il campo magnetico.

$$U = Vq = 0.02 \cdot 8 \times 10^{-4} = 1.6 \times 10^{-5} \text{ J}$$