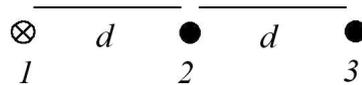


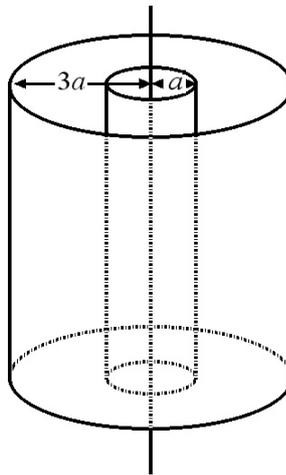
## Soluzioni

1. Enunciare il principio zero della termodinamica ed argomentare il suo significato.
2. Tre fili molto lunghi percorsi dalla stessa corrente  $i$  sono disposti come in figura, perpendicolari al piano del foglio.



Tenendo conto del verso della corrente scrivere i rapporti tra le forze che agiscono su ogni filo a causa degli altri due.

3. Si consideri un anello di raggio  $R$ , uniformemente carico con densità di carica lineare  $\lambda$ . Dire quale delle seguenti affermazioni è vera e motivare la risposta
  - a) Il campo elettrostatico ed il potenziale elettrostatico al centro dell'anello sono nulli.
  - b) Il campo elettrostatico sull'asse di simmetria dell'anello è nullo.
  - c) Il campo elettrostatico al centro dell'anello vale  $\frac{2\lambda}{R\epsilon_0}$ .
4. Due cilindri conduttori di lunghezza infinita e spessore infinitesimo hanno raggi rispettivamente  $a$  e  $3a$  e sono disposti in posizione concentrica rispetto al comune asse di simmetria. Il cilindro più interno è percorso da una corrente uniforme pari a  $I$ , quello più esterno da una corrente uniforme pari a  $3I$ . Le due correnti hanno verso discorde (vedi figura).



Determinare il campo magnetico in funzione della distanza dall'asse comune ai due cilindri nelle tre regioni, specificandone la direzione:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I_{conc} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I_{conc}}{2\pi r}$$

a)  $r < a$ ;

$$I_{conc} = 0 \Rightarrow B(r < a) = 0$$

b)  $a < r < 3a$ ;

$$I_{conc} = -I \Rightarrow B(a < r < 3a) = -\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

c)  $r > 3a$ .

$$I_{conc} = 3I - I = 2I \Rightarrow B(r > 3a) = \frac{\mu_0 I}{\pi r}$$

5. 2 moli di un gas perfetto biatomico, che inizialmente occupano un volume  $V_1 = 4 \text{ l}$  alla pressione  $p_1 = 2.5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ , compiono una trasformazione ciclica così composta:

1 - 2: espansione isobara fino al volume  $V_2 = 2V_1$ ;

2 - 3: compressione isoterma al volume iniziale;

3 - 1: isocora.

Calcolare:

a) il lavoro totale compiuto dal gas;

$$L_{12} = \int_1^2 p_1 dV = p_1(V_2 - V_1) = p_1 V_1$$

$$L_{23} = \int_2^3 p dV = \int_2^3 \frac{nRT}{V} dV = nRT_2 \int_2^3 \frac{dV}{V} = p_2 V_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = 2p_1 V_1 \ln \frac{1}{2}$$

$$L_{31} = 0$$

$$L = p_1 V_1 \left( 1 + 2 \ln \frac{1}{2} \right) = 2.5 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 (1 - 1.39) = 100 \cdot (-0.39) \text{ J} = -38.6 \text{ J}$$

b) il calore scambiato dal gas, specificando se è assorbito o ceduto all'ambiente;

$$\Delta Q = \Delta U + L = 0 + L = L$$

c) la variazione di entropia del gas in ogni trasformazione.

$$\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{nc_p dT}{T} = nc_p \ln \frac{T_2}{T_1} = nc_p \ln \frac{V_2}{V_1} = nc_p \ln 2 = 2 \frac{7}{2} \cdot 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \cdot 0.69 = 40.3 \text{ J K}^{-1}$$

$$\Delta S_{23} = \int_2^3 \frac{dQ}{T} = \frac{\Delta Q}{T_2} = \frac{L}{T_2} = \frac{1}{T_2} \int_2^3 p dV = \frac{1}{T_2} \int_2^3 \frac{nRT_2}{V} dV$$

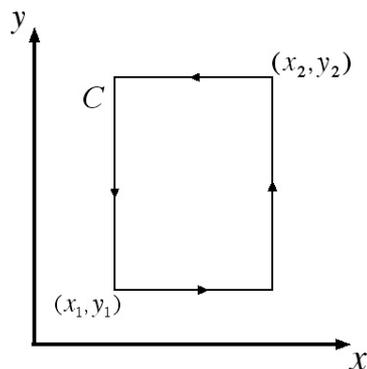
$$= nR \ln \frac{V_3}{V_2} = nR \ln \frac{1}{2} = 2 \cdot 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \cdot (-0.69) = -11.5 \text{ J K}^{-1}$$

$$\Delta S_{31} = \int_3^1 \frac{dQ}{T} = \int_3^1 \frac{nc_v dT}{T} = nc_v \ln \frac{T_1}{T_3} = nc_v \ln \frac{V_1}{V_2} = nc_v \ln \frac{1}{2}$$

$$= 2 \frac{5}{2} \cdot 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \cdot (-0.69) = -28.8 \text{ J K}^{-1}$$

$$\Delta S = nc_p \ln 2 + nR \ln \frac{1}{2} + nc_v \ln \frac{1}{2} = n \left[ \frac{7}{2} \ln 2 + \left( 1 + \frac{5}{2} \right) \ln \frac{1}{2} \right] R = \frac{7}{2} n (\ln 2 - \ln 2) R = 0$$

6. Un campo elettrico ha la forma  $\vec{E} = Ay\hat{i}$ , con  $A$  costante.



a) Calcolare  $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l}$  lungo la curva  $C$  rappresentata in figura.

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = A(y_1 - y_2)(x_2 - x_1)$$

Si assuma l'esistenza di un campo magnetico spazialmente uniforme  $\vec{B} = B(t)\hat{k}$ .  
Calcolare:

b) il flusso di  $\vec{B}$  attraverso la superficie definita dalla curva  $C$ ;

$$\Phi(\vec{B}) = B(t)(y_2 - y_1)(x_2 - x_1)$$

c) l'espressione di  $B(t)$ .

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \Rightarrow A(y_1 - y_2)(x_2 - x_1) = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} (y_2 - y_1)(x_2 - x_1) B(t) \Rightarrow B(t) = At + cost$$

d) Verificare che  $\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ .

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial E_x}{\partial y} \hat{k} = -A\hat{k}; \quad -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -A\hat{k}$$

e) Da quanto esposto è possibile stabilire che il campo elettrico dato è dovuto solo alla variazione del campo magnetico?

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \Rightarrow \rho = 0$$