

## Soluzioni

1. Siano date tre coppie equidistanti di lamine piane e parallele di grandi dimensioni. Le lamine della prima coppia hanno potenziale rispettivamente  $-50 V$  e  $+150 V$ ; quelle della seconda coppia  $-20 V$  e  $+200 V$ ; quelle della terza coppia  $-200 V$  e  $-400 V$ . Dire se la seguente affermazione è corretta e motivare la risposta:

*I campi elettrici nell'intercapedine della prima e della terza coppia sono uguali, mentre quello della seconda coppia è maggiore.*

2. Due macchine di Carnot lavorano tra due temperature  $T_1$  (più alta) e  $T_2$  (più bassa). Per la prima macchina  $T_2 = 10 K$  e per la seconda  $T_2 = 50 K$ , mentre la differenza di temperatura  $\Delta T = T_1 - T_2$  è la stessa per entrambe.

Commentare le seguenti affermazioni:

- Il rendimento della prima macchina è maggiore di quello della seconda.
  - Il rendimento della seconda macchina è maggiore di quello della prima.
  - Le due macchine hanno lo stesso rendimento.
3. Ai capi di una resistenza  $R$  viene applicata una differenza di potenziale  $V$ . Come cambia la potenza dissipata se: a) si raddoppia  $V$  a  $R$  costante; b) si raddoppia  $R$  a  $V$  costante.
4. Due cariche puntiformi di grandezze  $Q_1 = 4 \times 10^{-8} C$  e  $Q_2 = 9 \times 10^{-8} C$  si trovano nel vuoto a  $50 cm$  di distanza.

Determinare i punti in cui si annullano:

- a) il campo elettrico;

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{x^2}, \quad E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{(0.5 - x)^2}$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{Q_1}{x^2} = \frac{Q_2}{(0.5 - x)^2} \Rightarrow Q_1(0.5 - x)^2 = Q_2x^2 \Rightarrow 4(0.5 - x)^2 = 9x^2$$

$$5x^2 + 4x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, \quad x_2 = \frac{1}{5}$$

- b) il potenziale.

*il potenziale si annulla solo all'infinito in quanto le cariche hanno lo stesso segno*

5. Un recipiente adiabatico è diviso da un setto conduttore di calore in due parti  $A, B$  aventi volumi  $V_A = 22.4 l$  e  $V_B = 44.8 l$ . Sapendo che le due parti contengono un gas perfetto biatomico negli stati  $p_A = 6 atm$ ,  $T_A = 273 K$  e  $p_B = 3 atm$ ,  $T_B = 546 K$ , calcolare:

- a) la temperatura  $T_f$  del gas all'equilibrio;

$$\Delta Q = 0, \quad \Delta L = 0 \Rightarrow \Delta U = \Delta U_A + \Delta U_B = 0$$

$$n_A = \frac{p_A V_A}{RT_A} = 6 \text{ mol}; \quad n_B = \frac{p_B V_B}{RT_B} = 3 \text{ mol}$$

$$T_f = \frac{n_A T_A + n_B T_B}{n_A + n_B} = 364 \text{ K}$$

b) le pressioni finali dei due gas;

$$p'_A = \frac{n_A R T_f}{V_A} = 8 \text{ atm}; \quad p'_B = \frac{n_B R T_f}{V_B} = 2 \text{ atm}$$

c) la variazione di entropia di tutto il gas.

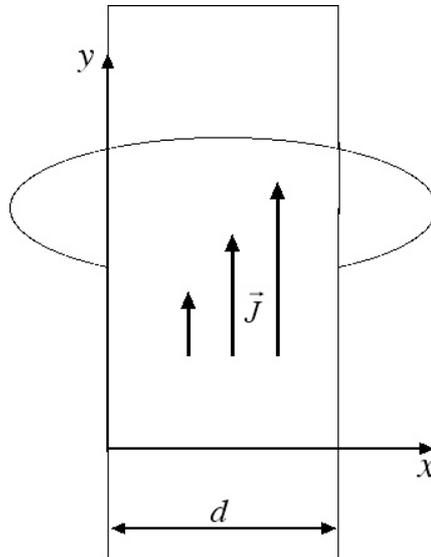
$$\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_B$$

$$\Delta S_A = \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{dU}{T} = n_A c_V \int_{T_A}^{T_f} \frac{dT}{T} = n_A c_V \ln \frac{T_f}{T_A} = 35.86 \text{ J/K} = 8.6 \text{ cal/K}$$

$$\Delta S_B = n_B c_V \ln \frac{T_f}{T_B} = -25.27 \text{ J/K} = -6 \text{ cal/K}$$

$$\Delta S = 10.59 \text{ J/K} = 2.5 \text{ cal/K}$$

6. Un nastro conduttore non omogeneo indefinito di spessore trascurabile e larghezza  $d = 6 \text{ cm}$  è percorso da una corrente  $I$  distribuita non uniformemente sul nastro, con densità lineare di corrente data dall'espressione  $J(x) = ax$  e diretta lungo  $y$ . La circuitazione del campo magnetico lungo una linea chiusa  $C$  concatenata con il nastro vale  $1.9 \times 10^{-5} \text{ Wb/m}$ .



Determinare:

a) il valore della corrente  $I$ ;

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \Rightarrow I = \frac{1.9 \times 10^{-5} \text{ Wb/m}}{\mu_0} = 15 \text{ A}$$

b) il valore della costante  $a$ ;

$$I = \int_0^d J(x) dx = a \int_0^d x dx = \frac{ad^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2I}{d^2} = 8.4 \times 10^3 \text{ A/m}^2$$

c) l'espressione del campo  $\vec{B}$  nel piano del nastro (nella regione  $x > d$ ) in funzione della distanza  $r$  dal bordo del nastro.

$$dI = J(x)dx = \frac{2Ix}{d^2}dx$$

$$dB(r) = \frac{\mu_0 dI}{2\pi(r+d-x)} = \frac{\mu_0 Ix}{\pi d^2(r+d-x)} dx$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{\pi d^2} \int_0^d \frac{x}{r+d-x} dx = \frac{\mu_0 I}{\pi d^2} \left[ (r+d) \ln \left( 1 + \frac{d}{r} \right) - d \right]$$

---

Costante universale dei gas:  $R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

Permeabilità magnetica del vuoto:  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$