

Problema N. 10

Un maestro di violino di un conservatorio sta impartendo le prime lezioni ad un suo allievo. Dopo aver accordato il violino, egli genera una nota Mi corrispondente alla frequenza fondamentale ($\nu_1 = 330$ Hz) di vibrazione di una delle corde del violino stesso. Tale corda ha una lunghezza $L = 40$ cm, un diametro $\Phi = 1$ mm, ed è di acciaio avente una densità volumetrica $\rho_{SS} = 7.8$ g/cm³. Il maestro sviluppa una potenza $P = 1.26$ mW per produrre tale suono.

- 1) Trovare a quale distanza D dal maestro deve trovarsi un ascoltatore per sentire il suono corrispondente alla nota Mi con un livello sonoro di 60 dB.

Considerando l'aria nella stanza come un gas perfetto biatomico avente densità $\rho_a = 1.22$ kg/m³, e assumendo che il suono si propaghi in tale mezzo con una velocità di modulo $\nu_a = 350$ m/s, determinare:

- 2) la pressione dell'aria (in atm) all'interno della stanza;
- 3) la tensione che il maestro di violino ha applicato alla corda che sta producendo il suono corrispondente alla nota Mi .

Il maestro invita ora l'allievo a porsi al suo fianco e a suonare anch'egli la stessa nota con un violino uguale al suo. L'ascoltatore avverte però dei battimenti, con una frequenza $\nu_{bat} = 10$ Hz. Determinare:

- 4) la tensione che l'allievo ha applicato alla corda del suo violino.

Soluzione

$$1) P = 4\pi D^2 I_p \quad D = \left(\frac{P}{4\pi I_p} \right)^{1/2}$$

$$\beta = 10 \log_{10} \frac{I_p}{I_0} \quad I_0 \approx 10^{-12} \text{ W/m}^2 \Rightarrow I_p = 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

$$D = \left(\frac{1,26 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-6}} \right)^{1/2} \approx 10 \text{ m}$$

2) Gas perfetto biatomico $\Rightarrow \gamma = 1,4$ (trasf. adiabatica \Rightarrow quasi statica)

$$v_a = \sqrt{\frac{\gamma p_a}{\rho_a}} \Rightarrow p = \frac{\rho_a v_a^2}{\gamma} = 106750 \text{ Pa} \approx 1,05 \text{ atm}$$

$$3) \rho_{ss} = 7,8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad L = 0,4 \text{ m} \quad \phi = 10^{-3} \text{ m}$$

$$\mu = \frac{M}{L} = \frac{\rho_{ss} \pi \left(\frac{\phi}{2}\right)^2 L}{L} \approx 6,13 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$$

$$v_c = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad \text{ma} \quad v_i = \frac{v_c}{2L} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$T = \mu (2v_i L)^2 \approx 427 \text{ N} \quad (\equiv T_1)$$

$$4) v_{\text{batt}} = v_1 - v_2 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T_1}{\mu}} - \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T_2}{\mu}}$$

$$10 = 330 - \frac{1}{0,8} \sqrt{\frac{T_2}{6,13 \times 10^{-3}}} \Rightarrow T_2 \approx 402 \text{ N}$$

Ovviamente è valida anche la soluzione $v_{\text{batt}} = v_2 - v_1 \rightarrow T_2 = 454 \text{ N}$