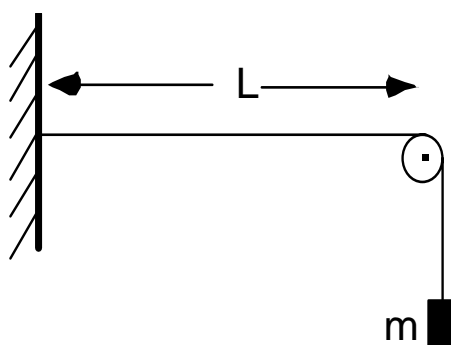


Problema N. 12

Una fune metallica omogenea avente densità $\rho = 7.8 \text{ g/cm}^3$, lunghezza $L = 5 \text{ m}$ e diametro $\Phi = 2 \text{ mm}$ è tesa a causa della massa $m = 1 \text{ kg}$ (vedi figura).

Una forza di modulo costante e di direzione verticale perturba la fune producendo su di essa un'onda armonica di lunghezza d'onda $\lambda = 0.2 \text{ m}$ ed ampiezza $A = 2 \text{ cm}$.



Determinare:

- 1) la velocità con cui l'onda si propaga sulla fune;
- 2) la frequenza ed il periodo dell'onda;
- 3) l'energia per unità di lunghezza della fune e la potenza media trasmessa dalla fune.

Il suono emesso dalle vibrazioni della fune si propaga nello spazio circostante. Considerando la sorgente sonora puntiforme ed isotropa e le onde generate come sferiche, determinare:

- 4) la distanza D dalla fune per la quale il livello sonoro vale 90 decibel.

Soluzione

1) Si ha $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

Ma $T = mg = 9,8 \text{ N}$

$$\mu = \frac{M}{L} = \frac{\pi \frac{d^2}{4} \rho}{L} = \pi \frac{(2 \times 10^{-3})^2}{4} 7800 \approx 2,45 \times 10^{-2} \text{ Kg/m}$$

Pertanto

$$v = 20 \text{ m/s}$$

2) $v = \lambda \nu \Rightarrow \nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{20}{0,2} = 100 \text{ Hz}$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu} = 10^{-2} \text{ s}$$

3) L'energia per unità di lunghezza della corda è data da

$$u = \frac{dE_H}{dx} = \frac{1}{2} \mu A^2 \omega^2 \quad \text{con } \omega = 2\pi \nu$$

Si ha perciò $u = 2 \pi^2 \times 2,45 \times 10^{-2} \times (2 \times 10^{-2})^2 \times 10^4 = 1,93 \text{ J/m}$

La potenza media trasmessa dalla fune è:

$$\bar{P} = \bar{I} = \frac{dE_H}{dt} = \frac{1}{2} \mu A^2 \omega^2 v = u v \quad \text{Pertanto:}$$

$$\bar{P} = 38,7 \text{ W}$$

4) Si ha $\beta = 90 \text{ dB} = 10 \log \frac{I_p}{I_0}$ con $I_0 \approx 10^{-12} \text{ W/m}^2$

$$I_p = 10^9 I_0 = 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

$$\text{Ma } W = 4\pi D^2 I_p \Rightarrow D = \sqrt{\frac{W}{4\pi I_p}} \approx 55,5 \text{ m}$$