

Problema N. 16

Si consideri un'onda elettromagnetica piana, monocromatica, il cui campo elettrico ha ampiezza $E_0 = 288 \text{ V/m}$ ed è diretto come il versore \vec{k} di una terna $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. L'onda viaggia nello spazio libero (vuoto), nella direzione orientata \vec{i} . Calcolare, per tale onda:

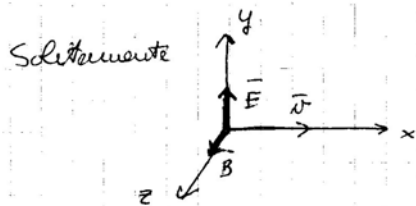
- 1) il campo magnetico \vec{B} ;
- 2) l'intensità media su un periodo;
- 3) la pressione di radiazione esercitata su un foglio, perfettamente assorbente, perpendicolare alla direzione di propagazione.

Soluzione

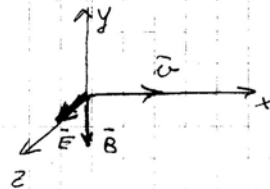
1) Il legame tra \vec{B} ed \vec{E} in un'onda elettromagnetica è, considerando i loro moduli:

$$E = cB \quad \text{con } c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Da questa ho ricavato $B_0 = \frac{E_0}{c} = 9,6 \times 10^{-7} \text{ Tesla}$



Nel caso mostrato
($\vec{m} \times \vec{E} = c\vec{B}$)



Vettorialmente, essendo $\vec{E} = E_0 \vec{k}$ si ha che \vec{B} è diretto come $-\vec{j} \Rightarrow \vec{B} = (-9,6 \times 10^{-7} \vec{j}) \text{ Tesla}$

2) L'intensità di un'onda e.m. è il modulo del vettore di Poynting

$$I \equiv P = \frac{E B}{\mu_0}$$

dove $E = E_0 \sin(kx - \omega t)$

$$B = B_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

Che, numericamente: $I = \frac{288 \times 9,6 \times 10^{-7}}{4\pi \times 10^{-7}} \sin^2(kx - \omega t)$
 $= 220 \sin^2(kx - \omega t) \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

Si ha pertanto, per il valore medio di tale intensità,

$$\langle I \rangle = 220 \langle \sin^2(kx - \omega t) \rangle = \frac{1}{2} 220 = 110 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

3) Si ricorda che quando un'onda piana incide su una superficie (perpendicolarmente alla superficie stessa) la pressione di radiazione esercitata (su tale superficie) è:

$$P_{\text{rad}} = \frac{\langle I \rangle}{c} \quad \text{se la superficie è totalmente assorbente}$$

$$P_{\text{rad}} = \frac{2\langle I \rangle}{c} \quad \text{se la superficie è totalmente riflettente}$$

Nel caso in oggetto si ha pertanto

$$P_{\text{rad}} = \frac{\langle I \rangle}{c} = \frac{110}{3 \times 10^8} = 3,7 \times 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \equiv \text{Pa}$$