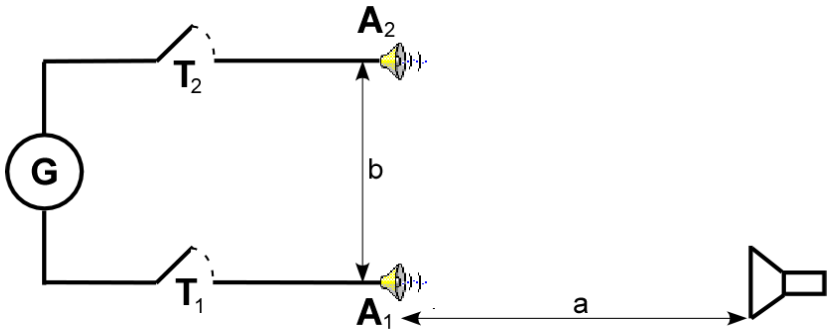
## Problema 18

Un generatore ***G*** di segnali sinusoidali, la cui frequenza può essere variata tra $f_{\min} = 100\text{ Hz}$ e $f_{\max} = 1200\text{ Hz}$ comanda, tramite due interruttori ideali ***T₁*** e ***T₂***, due altoparlanti identici ***A₁*** e ***A₂***. I due altoparlanti ed un ricevitore di onde acustiche ***R*** (vedi figura) sono posti ai vertici di un triangolo rettangolo di cateti $a = 4\text{ m}$ e $b = 3\text{ m}$.




Si facciano le seguenti ipotesi: a) i due altoparlanti possono essere considerati come puntiformi e sorgenti isotrope di onde sonore sferiche; b) l'intero sistema si trova immerso in aria avente una densità volumetrica $\rho_{aria} = 1.1\text{ g/dm}^3$; c) la velocità del suono in aria sia $\text{v}_{aria} = 330\text{ m/s}$.

1) Nella situazione iniziale l'interruttore ***T₂*** è aperto. Il ricevitore ***R*** capta il suono con un livello sonoro $L_1 = 66\text{ dB}$. Determinare la potenza media dell'altoparlante ***A₁***.

2) Nelle stesse condizioni di funzionamento del generatore ***G***, viene chiuso l'interruttore ***T₂*** ed aperto ***T₁***. In tale nuova situazione, determinare l'ampiezza dell'onda sonora che arriva su ***R*** quando il generatore ***G*** opera alla frequenza $f_{\min}$ e quando opera alla frequenza $f_{\max}$.

3) Si supponga ora che entrambi gli interruttori ***T₁*** e ***T₂*** siano chiusi. Determinare per quali frequenze del generatore ***G*** si ottiene un massimo di intensità sonora sul ricevitore ***R***.

## Soluzione

### Domanda 1)

Si ha $\langle P_{A_1} \rangle = 4\pi a^2 I_{R_{A1}}$. Ma $L_1 = 10 \log_{10} \frac{I_{RA1}}{I_0}$

$$I_{R_{A1}} = I_0 \times 10^{\frac{L_1}{10}} = 10^{-12} \times 10^{6.6} = 3{,}981 \times 10^{-6} \ W/m^2$$

(Intensità sonora in R dovuta ad A1)

$$\langle P_{A1} \rangle = 4\pi \times 4^2 \times 3{,}981 \times 10^{-6} \cong 8 \times 10^{-4} \ W$$ (potenza media altoparlante 1)

### Domanda 2)

La distanza tra la sorgente del suono (A2) e ricevitore R è

$$d = \sqrt{a^2+b^2} = 5 \ m$$

Se i due altoparlanti sono uguali $\langle P_{A2} \rangle = \langle P_{A1} \rangle = 8 \times 10^{-4} \ W$

Pertanto $I_{R_{A2}} = \dfrac{\langle P_{A2} \rangle}{4\pi d^2} = 2{,}548 \times 10^{-6} \ W/m^2$ (Intensità sonora in R dovuta ad A2)

Il legame tra Intensità ed Ampiezza è dato da

$$I_R = \frac{1}{2} Z \omega^2 A_R^2 \qquad \text{con } \omega = 2\pi f$$

$$Z \equiv Z_{aria} = \rho_0 v = 1{,}1 \times 330 = 363 \ \frac{kg}{m^2 s}$$

Si ha allora $A_R = \dfrac{1}{\omega}\sqrt{\dfrac{2 I_R}{Z}}$ e

$$A_R(f_{min}) = \frac{1}{2\pi f_{min}} \sqrt{\frac{2 I_{RA2}}{Z_{aria}}}$$

$$A_R(f_{max}) = \frac{1}{2\pi f_{max}} \sqrt{\frac{2 I_{RA2}}{Z_{aria}}}$$

$A_R(f_{min}) \cong 1{,}886 \times 10^{-7} \ m$

$A_R(f_{max}) \cong 1{,}571 \times 10^{-8} \ m$

# Domanda 3)

I due segnali sonori emessi da A1 ed A2 arrivano in R sfasati della quantità $\delta = d - a = \sqrt{a^2+b^2} - a = 1\,m$

Si avrà un massimo di intensità in R se

$\delta = N\lambda$ (con N intero)

Ma $\lambda = \dfrac{v}{f}$ per cui $\delta = N\lambda = N\dfrac{v}{f}$

Si ha quindi $f = \dfrac{Nv}{\delta} = N\dfrac{330}{\delta} = 330\,N$

$$\left.\begin{array}{l} N=1 \Rightarrow f_1 = 330\ Hz \\ N=2 \Rightarrow f_2 = 660\ Hz \\ N=3 \Rightarrow f_3 = 990\ Hz \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{accettabili perché} \\ f_{min} < f < f_{max}\end{array}$$

$N=4 \Rightarrow f_4 = 1320\ Hz$ non accettabile ($>f_{max}$)
come per $\forall N > 3$

Le tre frequenze 330, 660, 990 Hz sono le sole che soddisfano al problema