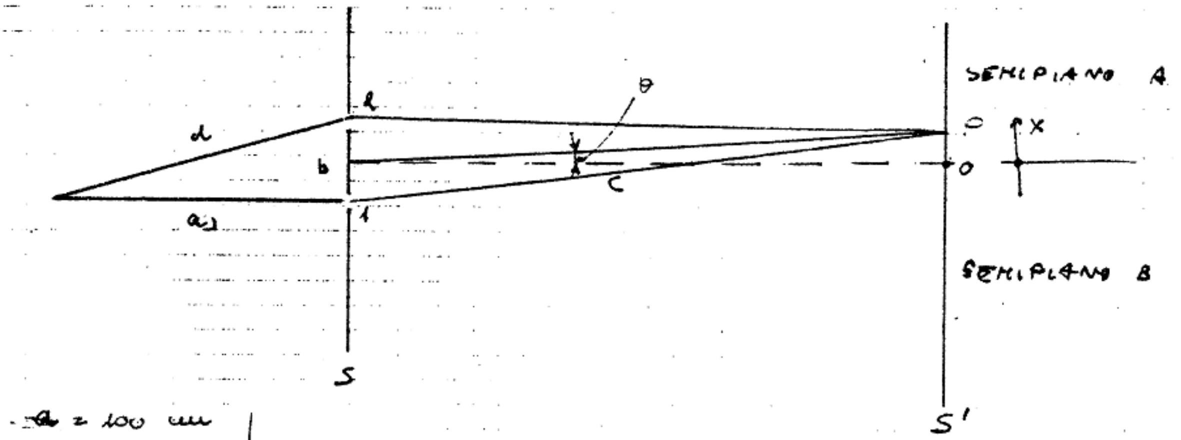
Problema 21

Sia data una sorgente puntiforme che emette luce di lunghezza d'onda $\lambda = 5000\ \dot{A}$. La sorgente è posta ad una distanza a = 100 cm da uno schermo S su cui sono stati praticati due fori ad una distanza b = 1 cm l'uno dall'altro (vedi figura). La luce uscente dai due fori interferisce su uno schermo S', posto a 10 m da S.

a) Calcolare a che distanza dal punto O ed in quale semipiano si trova il massimo centrale.
b) Calcolare quanti massimi ci sono tra il massimo centrale ed il punto O.

Traccia della soluzione



$a = 100$ cm
$b = 1$ cm
$c = 10$ m

$\Longrightarrow d = 100.005$ cm

Le due onde ($\underline{\underline{a}}$ e $\underline{\underline{d}}$) giungono in 1 e 2 sfasate poiché $d \neq a$ (diversi cammini ottici). Tale differenza di fase è:

$$(\delta =)\ \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(d-a)$$

si ricorda che $\dfrac{\Delta\varphi}{2\pi} = \dfrac{\Delta x}{\lambda}$ $\left\{ \delta \equiv \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x \text{ dove } \frac{2\pi}{\lambda} = K \right.$

La relazione che mi fornisce le condizioni per avere un massimo di interferenza sullo schermo S' deve tenere conto che le due sorgenti S_1 ed S_2 hanno una differenza di fase costante $\Delta\varphi$. Si avrà allora che la ben nota $\Delta x = n\lambda$, che può anche scriversi: $b \sin\theta = n\lambda$ quindi

$$\frac{2\pi}{\lambda} b \sin\theta = 2n\pi$$

diventa, tenendo conto di $\Delta\varphi$:

$$\frac{2\pi}{\lambda} b \sin\theta \mp \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\left[b \sin\theta \mp (d-a)\right] = 2n\pi$$

cioè: $b \sin\theta \mp (d-a) = n\lambda$

Il segno − deve essere usato quando il max centrale ($n=0$) si trova nel semipiano A e quindi $\sin\theta \simeq \frac{x}{c}$ deve essere, per tale max, maggiore di zero. Infatti $b\sin\theta - (d-a) = 0 \Rightarrow b\sin\theta = (d-a) > 0$

mentre $b\sin\theta + (d-a) = 0 \Rightarrow b\sin\theta = -(d-a) < 0$

Il segno positivo va invece usato quando il max centrale ($n=0$) è nel ~~semi~~ piano B.

Il max centrale si ha quando i due raggi giungono in S' dopo avere percorso eguali cammini ottici. Perchè ciò sia possibile tale max deve essere nel semipiano A (solo così i cammini ottici tra S ed S' possono compensare la diversità tra d ed a). Si avrà allora la relazione

$$b \sin\theta - (d-a) = n\lambda$$

$$\sin\theta = \frac{n\lambda + (d-a)}{b}$$

Per il punto x' (sede del massimo) si ha $\sin\theta \simeq \frac{x'}{c}$

per cui $\frac{x'}{c} = \frac{0\cdot\lambda + (d-a)}{b}$ $\qquad x' = \frac{c}{b}(d-a) = \frac{5\times10^{-3}\times10^{3}}{1} = 5$ cm

la distanza tra due max successivi è data dalla $\Delta x = \frac{c}{b}\lambda$ per cui:

$$\Delta x = \frac{1000}{1} 5\times10^{3}\times10^{-8} = 5\times10^{-2}\ \text{cm}$$

Pertanto tra il punto O ed il punto x' (max centrale) ci sarà un numero di massimi dato da:

$$\frac{x'}{\Delta x} = \frac{5}{5\times10^{-2}} = 100 \ \text{massimi}$$