

Problema 24

Il laser NOVA del Lawrence Livermore National Laboratory in California è in grado di fornire una potenza $W = 100 \text{ TW}$ in fasci impulsivi di onde elettromagnetiche di lunghezza d'onda $\lambda = 0,26 \mu\text{m}$, di sezione $S = 1,0 \text{ mm}^2$ e di durata $\tau = 1,0 \text{ ns}$.

Supponendo che le onde (sinusoidali) si propagino nel vuoto $\left(c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$, calcolare:

- 1) l'energia contenuta in un singolo impulso;
- 2) la densità media di energia in un impulso.

Il fascio colpisce una fessura di larghezza $a = 0,5 \text{ mm}$ posta su un diaframma opaco.

- 3) Calcolare la larghezza del massimo centrale della figura di diffrazione rilevabile su uno schermo sensibile all'onda posto a distanza $L = 4 \text{ m}$ dal diaframma.



Traccia della soluzione

1. Si ha immediatamente

$$U = W \cdot \tau = 10^{14} \cdot 10^{-9} \text{ J} = 10^5 \text{ J}$$

- 2.

Si ricorda che $dU_{EH} = w_{EH} dV = w_{EH} dS_{\perp} v dt$

$$I = \frac{dU_{EH}}{dS_{\perp} dt} = w_{EH} v$$

$$\langle I \rangle = \langle w_{EH} \rangle v$$

Se si indica con u la densità di energia EH ($w_{EH} \equiv u$) si ha

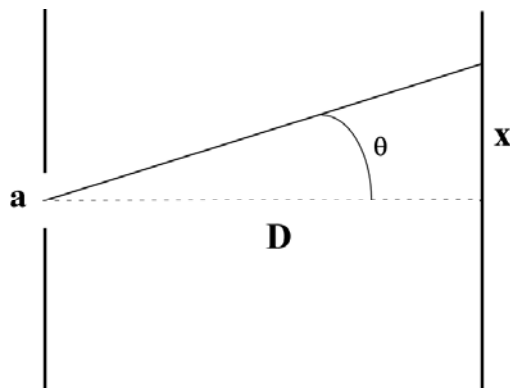
$$\langle w_{EH} \rangle \equiv \langle u \rangle = \frac{\langle I \rangle}{v} \quad \text{e, per propagazione nel vuoto:}$$

$$\langle u \rangle = \frac{\langle I \rangle}{c} = \frac{1}{c} \frac{U_{EH}}{S_{\perp} \tau} = \frac{1}{c} \frac{W \tilde{\nu}}{S_{\perp} \tau} = \frac{W}{c S_{\perp}}$$

Nel caso in questione pertanto:

$$\langle u \rangle = \frac{U}{S \cdot c \cdot \tau} = \frac{W}{S \cdot c} \cong \frac{10^{14}}{10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^8} \frac{\text{J}}{\text{m}^3} = \frac{1}{3} 10^{12} \frac{\text{J}}{\text{m}^3} \cong 3.33 \cdot 10^{11} \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

3. Prima di affrontare la soluzione della domanda 3, richiamiamo alcuni concetti sulla diffrazione



I minimi della diffrazione si hanno per
a $\sin \theta = m \lambda$ con m intero ($\neq 0$);

per piccoli θ $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \frac{x}{D}$

$x \frac{a}{D} = m \lambda$ e il primo minimo si ha per $m=1$ (e per $m=-1$)

$$x_1 = \frac{D}{a} \lambda$$

la larghezza del max centrale è $\Delta = 2x_1 = \frac{2D}{a} \lambda$

La posizione del primo minimo rispetto al centro è circa

$$y_1 = \frac{\lambda}{a} L = \frac{2,6 \cdot 10^{-7}}{5 \cdot 10^{-4}} 4 \text{ m} = 2,08 \text{ mm}$$

Il massimo centrale è largo il doppio. Pertanto $\Delta x = 4,16 \text{ mm}$