Prof. I. Massa - Corsi di Laurea in Ingegneria Elettronica e Telecomunicazioni
FISICA GENERALE L-C – 8 Gennaio 2009
Onde

Due sorgenti S_1 ed S_2 di onde elettromagnetiche sferiche, coerenti, puntiformi ed isotrope, sono poste, nel vuoto, su un piano H nelle due posizioni P_1 e P_2, simmetriche rispetto ad un asse x e ciascuna distante d dall'asse (figura A). Il campo di induzione magnetica **B** delle due sorgenti ha ampiezza B_0.
Ad una distanza $D >> d$ è posto uno schermo K su cui giacciono le due sorgenti.
I piani H e K sono tra loro paralleli e sono perpendicolari ad x.
Determinare:

1) l'intensità e la pressione di radiazione nel punto A dello schermo K,
2) quale deve essere la frequenza delle sorgenti S_1 ed S_2 affinché sullo schermo K, nel punto M distante q da A, l'intensità risultante sia $I_M = \frac{I_A}{2}$

Si supponga ora di porre uno schermo G parallelamente ad H ad una distanza $D_1 < D$ da H (figura B). Su tale schermo è praticata una piccola fenditura rettangolare, di larghezza b e molto lunga, il cui centro coincida con l'asse x. Determinare:

3) la massima distanza D_1 affinché sullo schermo K appaiano due frange di diffrazione distinguibili.

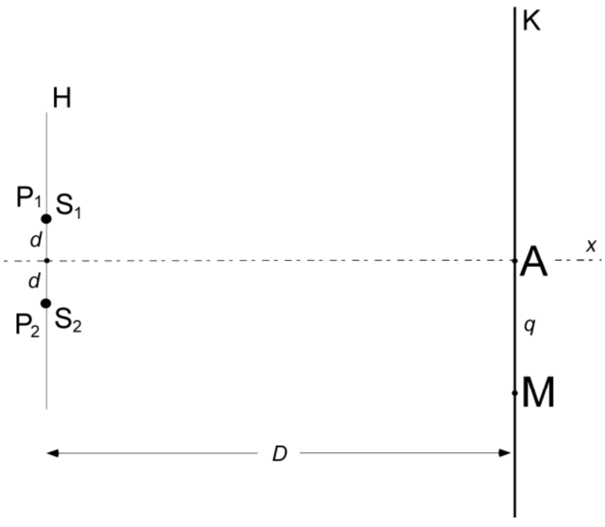

Figura A

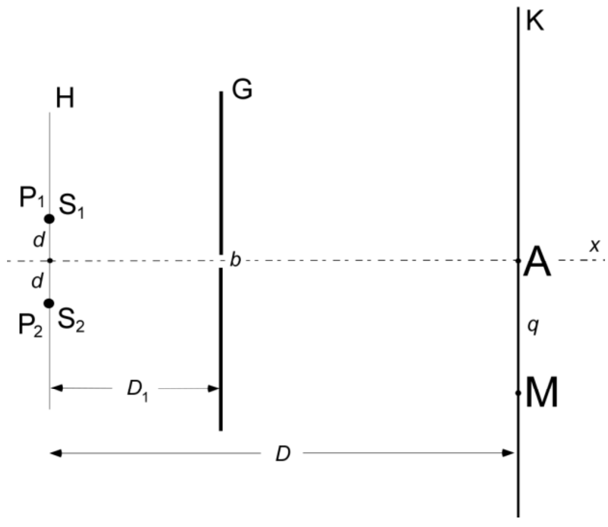

Figura B

Traccia della soluzione

1) Si ha $E = cB$ e, nel punto P_1 : $E_0 = c B_0$

L'intensità dell'o.e.m. in P_1 vale $\langle I \rangle_{P_1} = \frac{E_0^2}{2 Z_0} = \frac{c^2 B_0^2}{754} \equiv \langle I \rangle_{P_2}$

essendo $Z_0 = 377\ \Omega$

Nel punto A dello schermo K l'ampiezza del campo elettrico vale

$E_A \simeq \frac{E_0}{D}$ (essendo $D >> d$)

Pertanto l'intensità in A dovuta alla sola sorgente S_1 vale:

$\langle I_A \rangle_{S_1} = \frac{E_0^2}{754\, D^2} \equiv \langle I_A \rangle_{S_2}$

Poiché in A c'è un massimo di interferenza si avrà:

$\langle I_A \rangle = 4 \langle I_A \rangle_{S_1} = \frac{2 E_0^2}{377\, D^2} = \frac{2 E_0^2}{Z_0 D^2}$ e $p_A = \frac{\langle I_A \rangle}{c} \cos\alpha \simeq \frac{\langle I_A \rangle}{c}$

2) In un punto M generico dello schermo K si ha una intensità data da $\langle I_M \rangle = \langle I_A \rangle \cos^2 \frac{\varphi}{2}$ (La distanza tra le due sorgenti è $2d$)

ma $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2d \sin\theta \Rightarrow \frac{\varphi}{2} = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta \simeq \frac{2\pi}{\lambda} d \,\mathrm{tg}\,\theta \simeq \frac{2\pi}{\lambda} d \frac{q}{D}$

Nel caso del problema si ha $\langle I_M \rangle = \frac{\langle I_A \rangle}{2}$ quindi

$\frac{\langle I_A \rangle}{2} = \langle I_A \rangle \cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{qd}{D}\right) \Rightarrow \cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{qd}{D}\right) = \frac{1}{2}$ da cui

$\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{qd}{D}\right) = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

- $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{qd}{D}\right) = + \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \frac{qd}{D} = \frac{\pi}{4}$ (a)
- $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{qd}{D}\right) = - \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \frac{qd}{D} = \frac{3}{4}\pi$ (b)

(a) $\lambda = 8 \frac{qd}{D}$

(b) $\lambda = \frac{8}{3} \frac{qd}{D}$

e, poiché $\nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \begin{cases} \nu_a = \frac{cD}{8qd} \\ \nu_b = \frac{3cD}{8qd} \end{cases}$

3) Affinché le due frange di diffrazione siano distinguibili deve essere

$$\beta^* \geq 1{,}22 \frac{\lambda}{b}$$

si ha poi:

$$D_1^* = d \cot g \frac{\beta^*}{2} = d \cot g \left(0{,}61 \frac{\lambda}{b}\right)$$

Per qualunque distanza $D_1 < D_1^*$ l'angolo β risulta $> \beta^*$ pertanto per ogni

$$D_1 < d \cot g \left(0{,}61 \frac{\lambda}{b}\right)$$

le due frange risultano distinte