

Problema N. 8

Un'onda armonica viaggia lungo una corda che è tesa da una forza di modulo $F = 4 \text{ N}$. La corda ha una lunghezza $L = 2 \text{ m}$ ed una massa $m = 20 \text{ g}$. L'onda ha un'ampiezza $A = 3 \text{ cm}$ e frequenza $\nu = 200 \text{ Hz}$. Calcolare:

- 1) la velocità di propagazione dell'onda lungo la corda;
- 2) la lunghezza d'onda;
- 3) l'energia per unità di lunghezza della corda;
- 4) la potenza media trasmessa dalla corda.

Soluzione

La densità lineare della corda (supposta omogenea) vale $\mu = \frac{m}{L}$,
cioè $\mu = 10^{-2} \text{ kg/m}$

1) La velocità di propagazione di un'onda su una corda tesa è data da

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Nel caso nostro si ha $T \equiv F = 4 \text{ N}$ per cui

$$v = \sqrt{\frac{4}{10^{-2}}} = 20 \text{ m/s}$$

2) Per un'onda armonica si ha la relazione $v = \lambda \nu$ da cui

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{20}{200} = 0,1 \text{ m}$$

3) Dalle relazioni riportate a pag 27 delle diapo di I.N. si ha, per la Energia meccanica infinitesimale, la seguente relazione:

$$dE_H = \frac{1}{2} \mu A^2 \omega^2 dx \quad \text{dove } \omega = 2\pi \nu$$

Si ha allora che $\frac{dE_H}{dx} = \text{costante} = \frac{1}{2} \mu A^2 \omega^2$ rappresenta l'energia per unità di lunghezza e vale, in questo caso:

$$u = \frac{dE_H}{dx} = \frac{1}{2} \mu A^2 (2\pi \nu)^2 = 2\pi^2 \mu A^2 \nu^2 = 7,1 \text{ J/m}$$

4) La potenza media trasmessa dalla corda (cioè l'intensità o energia che attraversa una sezione della corda nell'unità di tempo) vale (pag 28 I.N.)

$$I \equiv \bar{P} = \frac{dE_H}{dt} = \frac{1}{2} \mu A^2 \omega^2 \nu \quad \text{con } \omega = 2\pi \nu$$

$$= 2\pi^2 \mu A^2 \nu^2 \nu = u \nu = 7,1 \times 20 = 142 \text{ W}$$