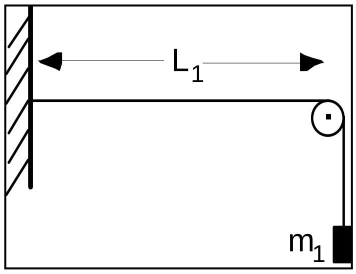
Problema N. 9

La fune metallica omogenea di figura, che ha densità lineare μ_1 = 0,5 g/m, è fissata ad un estremo; dopo un tratto orizzontale di lunghezza L_1 = 0,7 m, essa passa nella gola di una carrucola senza attrito, e viene tenuta tesa da un contrappeso di massa m_1 = 1 kg (posto all'altro estremo della fune). Una forza di modulo costante agisce sulla corda con una potenza W = 1 W, producendo su di essa onde stazionarie.



Determinare (assumendo $g = 9{,}8$ m/s^2), giustificando:

1) la frequenza, la lunghezza d'onda e la velocità di propagazione lungo la corda, della seconda armonica di tali onde stazionarie.

Il suono emesso dalle vibrazioni della fune si propaga nello spazio circostante. Considerando la sorgente sonora puntiforme ed isotropa, e le onde generate come se fossero sferiche, determinare:

2) il livello sonoro (in decibel) in un punto P_1 distante 100 m dalla fune;

3) l'energia captata in 1 minuto da un ricevitore sonoro posto in P_1, ed avente una superficie fonoassorbente S = 0,01 m^2 disposta perpendicolarmente alla direzione di propagazione del suono in P_1.

Si supponga ora che su una seconda fune metallica tesa (avente lunghezza L_2 = 1 m, diametro Φ_2 = 0,6 mm, e densità volumetrica ρ = 7,8 g/cm^3) vengano generate onde stazionarie che originano onde sonore (si consideri, anche in questo caso, la sorgente sonora puntiforme ed isotropa, e sferiche le onde generate). Determinare, giustificando:

4) la tensione cui deve essere sottoposta la seconda fune perché in un punto P_2, equidistante dalle due funi, non si originino dei battimenti.

Soluzione

a) $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{mg}{\mu}}$ $m = m_1 = 1\ Kg$ $\mu = \mu_1 = 0,5 \times 10^{-3}\ Kg/m$

$L = L_1 = 0,7\ m$

$v = 140\ m/s$

$\lambda_n = \frac{2L}{n}$ $\lambda_2 = \frac{2L_1}{2} = L_1 = 0,7\ m$ $\nu_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{140}{0,7} = 200\ Hz$

b) $\beta_1 = 10 \log_{10} \frac{I_{P_1}}{I_0}$ $I_0 \simeq 10^{-12}\ W/m^2$

Ma si ha $W = 4\pi r_{P_1}^2 I_{P_1}$ $r_{P_1} = 100\ m$ $W = 1\ W$

$I_{P_1} = \frac{W}{4\pi r_{P_1}^2} = \frac{1}{4\pi\, 100^2} = 7,96 \times 10^{-6} \frac{W}{m^2}$

Pertanto

$\beta_1 = 10 \log_{10} \frac{7,96 \times 10^{-6}}{10^{-12}} \simeq 69\ dB$

c) $E = I_{P_1} \times S \times \Delta t$ $S = 10^{-2}\ m^2$ $\Delta t = 60\ s$

$E = 7,96 \times 10^{-6} \times 10^{-2} \times 60 \simeq 4,78\ \mu J$

d) $\nu_{batt} = \nu' - \nu$ (per ogni armonica)

Se non si hanno battimenti $\nu_{batt} = 0 \Longrightarrow \nu' = \nu$

Ad esempio $\nu_1' = \nu_1$

Ma $\nu_1 = \frac{\nu_2}{2} = 100\ Hz$

Posso inoltre scrivere, per la seconda fune, $\nu_n' = \frac{1}{2L_2}\sqrt{\frac{T_2}{\mu_2}}\ n$

e, per $n = 1$ $\nu_1' = \frac{1}{2L_2}\sqrt{\frac{T_2}{\mu_2}}$ $(= \nu_1)$

Si ha poi $\mu_2 = \frac{\pi (\phi_2/2)^2 \times \cancel{L_2} \times \rho_2}{\cancel{L_2}} = \frac{\pi \rho_2 \phi_2^2}{4}$

Pertanto

$T_2 = (2L_2 \nu_1')^2 \mu_2 = \pi \rho_2 \phi_2^2 L_2^2 \nu_1'^2 = 88,2\ N$