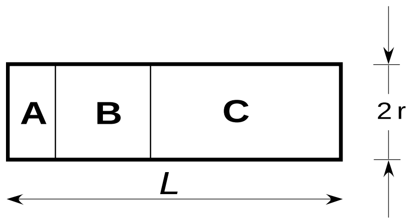
Problema n. 2

Un recipiente cilindrico, di lunghezza $L = 1\ m$ e di raggio $r = 10\ cm$, è diviso da due pistoni, di spessore trascurabile e scorrevoli senza attrito, in tre camere ***A, B, C***. In ***A*** vi è una massa $m_1 = 4\ g$ di O_2, in ***B*** una massa $m_2 = 7\ g$ di N_2, in ***C*** una massa $m_3 = 14\ g$ di aria considerata, come l'ossigeno e l'azoto, gas perfetto e a cui si attribuisce il peso molecolare $M_3 = 28$.
Determinare, in condizioni di equilibrio alla temperatura $t = 27\ °C$:

1) la pressione a cui si trovano i diversi gas;
2) i volumi di ***A***, ***B***, ***C***.

Si esprimano i risultati in unità del S.I.
(Si ricordi che $M_O = 16$, $M_N = 14$).

Soluzione



Poiché la situazione è di equilibrio e i due pistoni sono ideali (assenza di attrito) si ha:
$p_A = p_B = p_C$

<u>*Domanda 1)*</u>

Essendo i tre gas perfetti si avrà: $p_A V_A = n_A R T_A$, $p_B V_B = n_B R T_B$, $p_C V_C = n_C R T_C$.
Si ha inoltre $T_A = T_B = T_C = t + 273.15 \simeq 300 \quad K \equiv T$.
Sommando m.a.m. le tre precedenti equazioni di stato e ricordando che $p_A = p_B = p_C \equiv p$ si ottiene: $p\left(V_A + V_B + V_C\right) = \left(n_A + n_B + n_C\right) RT$. Naturalmente si ha $\left(V_A + V_B + V_C\right) = V$ essendo trascurabile lo spessore dei due pistoni.

Si ha poi: $n_A = \dfrac{m_1}{M_1}$; $n_B = \dfrac{m_2}{M_2}$; $n_C = \dfrac{m_3}{M_3}$

Inoltre $V = \pi r^2 L$. Si ottiene quindi:

$$p = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \frac{m_3}{M_3}\right)\frac{RT}{\pi r^2 L} = \left(\frac{4}{32} + \frac{7}{28} + \frac{14}{28}\right)\frac{0.0821 \quad \times \quad 300}{\pi \quad \times \quad 1^2 \quad \times \quad 10} = 0.687 \quad atm$$

E, in unità del S.I. $p \quad \cong 0.696 \quad \times \quad 10^5 \quad Pa$

<u>Domanda 2)</u>

A parità di temperatura e di pressione, per il principio di Avogadro, il volume è proporzionale al numero di moli presenti in tale volume.

Il numero totale di moli presenti in ***A***+***B***+***C*** è: $n = n_1 + n_2 + n_3 = n_A + n_B + n_C = \frac{4}{32} + \frac{7}{28} + \frac{14}{28} = \frac{7}{8}$

Si ha pertanto: $V_A = V\left(\frac{n_1}{n}\right) = \pi r^2 \ell \frac{1/8}{7/8} = \frac{\pi \times 1^2 \times 10}{7} \simeq 4.49 \quad \ell$;

$V_B = V\left(\frac{n_2}{n}\right) = \pi r^2 \ell \frac{1/4}{7/8} = \left(\pi \times 1^2 \times 10\right) \times \frac{2}{7} \simeq 8.97 \quad \ell$;

$V_C = V\left(\frac{n_3}{n}\right) = \pi r^2 \ell \frac{1/2}{7/8} = \left(\pi \times 1^2 \times 10\right) \times \frac{4}{7} \simeq 17.94 \quad \ell$

e, in unità del S.I.:

$V_A \simeq 4.49 \times 10^{-3} \quad m^3$

$V_B \simeq 8.97 \times 10^{-3} \quad m^3$

$V_C \simeq 1.79 \times 10^{-2} \quad m^3$