

Problema N° 20

Una macchina di Carnot C ha un rendimento $\eta=0.4$ e ad ogni ciclo assorbe dal serbatoio caldo a temperatura $T_H=1200$ K una quantità di calore $Q_H= 600 \ell \times \text{atm}$.

Un frigorifero **reale** F opera fra i medesimi serbatoi fra cui opera la macchina di Carnot e compie un ciclo ogni volta che C compie un ciclo. Il coefficiente di prestazione di F vale $\omega=1.2$ e, ad ogni ciclo, F assorbe dal serbatoio freddo (a temperatura T_C) la stessa quantità di calore che C ha ceduto a tale serbatoio.

Calcolare:

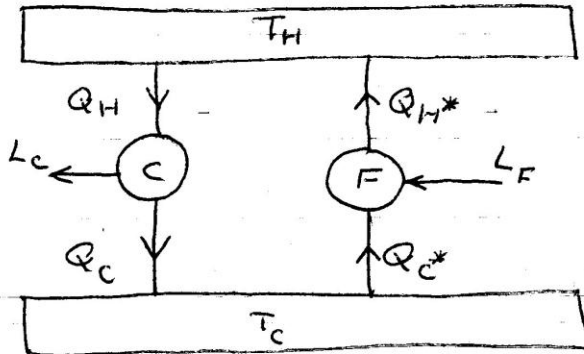
- la quantità di calore Q_C scambiata da C con il serbatoio T_C ;
- il calore Q_{H^*} ceduto al serbatoio caldo da F ad ogni ciclo;
- la variazione di entropia dell'Universo dopo che sia C che F hanno compiuto un ciclo.

Risposte

- $Q_C = - 360 \ell \times \text{atm}$
- $Q_{H^*} = 660 \ell \times \text{atm}$;
- $\Delta S_U = 0.05 (\ell \times \text{atm})/\text{K}$

Soluzione

Lo schema di lavoro delle due macchine è:



$$T_H = 1200 \text{ K}$$

$$\eta = 0,4$$

$$Q_H = 600 \text{ l} \times \text{atm}$$

$$\omega_F = 1,2$$

$$|Q_C^*| = |Q_C|$$

- 1) Si ha per la macchina di Carnot $\eta_c = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$
da cui $|Q_C| = Q_H (1 - \eta) = 360 \text{ l} \times \text{atm}$

Essendo questo un calore ceduto dalla macchina, si ha:

$$Q_C = -360 \text{ l} \times \text{atm}$$

- 2) Per la macchina frigorifera F si ha $\omega_F = \frac{Q_C^*}{|L_F|}$
(ovviamente $Q_C^* = +360 \text{ l} \times \text{atm}$)

$$\text{Si ottiene } |L_F| = \frac{Q_C^*}{\omega} = 300 \text{ l} \times \text{atm}$$

Naturalmente, essendo lavoro assorbito dalla macchina F, si ha

$$L_F = -300 \text{ l} \times \text{atm}$$

$$\text{Posso scrivere poi } L_F = Q_C^* + Q_H^*$$

$$(L_F < 0 ; Q_C^* > 0 ; Q_H^* < 0)$$

$$-300 = 360 + Q_H^* \implies Q_H^* = -300 - 360 = -660 \text{ l} \times \text{atm}$$

Il calore ceduto dal frigorifero F al serbatoio T_H vale quindi $660 \text{ l} \times \text{atm}$.

3) Posso scrivere

$$\Delta S_U = \Delta S_C + \Delta S_F + \Delta S_{\text{serb. } T_H} + \Delta S_{\text{serb. } T_C}$$

Ma $\Delta S_C = 0$ (la macchina C compie un ciclo)

$\Delta S_F = 0$ (la macchina F compie un ciclo)

$\Delta S_{\text{serb. } T_C} = 0$ (il calore scambiato dal serbatoio T_C è nullo)

Pertanto $\Delta S_U = \Delta S_{\text{serb. } T_H}$

$$\Delta S_{\text{serb. } T_H} = \frac{\text{calore scambiato dal serbatoio } T_H}{T_H}$$

Per il serbatoio T_H il calore ceduto Q_H è negativo e quello assorbito Q_{H^*} è positivo. Pertanto

$$Q_{\text{serb. } T_H} = -600 + 660 = 60 \text{ l} \times \text{atm}$$

e, pertanto

$$\Delta S_U = \Delta S_{\text{serb. } T_H} = \frac{60}{1200} = 0,05 \text{ l} \times \text{atm}$$