

Problema N° 24

Una mole di gas perfetto biatomico si trova in equilibrio termodinamico all'interno di un recipiente di volume $V_1 = 12 \text{ dm}^3$. Il recipiente è immerso in un ambiente nel quale vi è una pressione costante $p_{amb} = 1 \text{ atmosfera}$, ha una parete, inizialmente bloccata, che può muoversi senza attrito.

- Sbloccata la parete, il gas viene lasciato libero di espandersi, adiabaticamente, finché raggiunge il volume $V_2 = 25 \text{ dm}^3$. (*trasformazione 1 → 2*)
- Il gas viene poi compresso, in modo da fare una trasformazione isoterma reversibile, nella quale esso scambia con l'ambiente una quantità di calore di modulo $|Q_{23}| = 6,28 \text{ kJ}$. (*trasformazione 2 → 3*)
- Infine il gas ritorna allo stato iniziale mediante una trasformazione reversibile in cui compie il lavoro $L_{31} = 6,50 \text{ kJ}$. (*trasformazione 3 → 1*)

Dopo aver disegnato qualitativamente il ciclo nel piano pV , determinare:

- 1) le coordinate termodinamiche dello stato iniziale 1;
- 2) il volume dello stato 3;
- 3) la quantità di calore Q_{31} scambiata dal gas nella trasformazione 3 → 1;
- 4) la variazione di entropia dell'universo in un ciclo.

Traccia della soluzione

1. Per la trasformazione adiabatica irreversibile $1 \rightarrow 2$ si ha:

$$L_{12} = p_2(V_2 - V_1) = 1,32 \text{ kJ} = -nc_v(T_2 - T_1)$$

$$\text{Si ha anche: } T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR} = 304,8 \text{ K}.$$

$$\text{Si ottiene quindi } T_1 = \frac{p_2(V_2 - V_1)}{nc_v} + T_2 = 368,2 \text{ K}$$

2. Per la trasformazione isoterma reversibile $2 \rightarrow 3$ si ha:

$$Q_{23} = -6,28 \text{ kJ} = L_{23} = \int_2^3 p dV = nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_2}$$

$$\text{Si ottiene quindi } \ln \frac{V_3}{V_2} = -2,479 \text{ da cui: } V_3 = V_2 e^{-2,479} = 2,09 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

3. Per la trasformazione reversibile $3 \rightarrow 1$ si ha:

$$Q_{31} = \Delta U_{31} + L_{31} = -\Delta U_{12} + L_{31}$$

$$\text{in quanto } \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{31} = 0 \text{ e } \Delta U_{23} = 0$$

$$\text{Ricordando che } L_{12} = -\Delta U_{12}, \text{ si ha } Q_{31} = L_{12} + L_{31} = (1,32 + 6,50) = 7,82 \text{ kJ}$$

4. L'unica trasformazione irreversibile è l'adiabatica $1 \rightarrow 2$ per cui si ha:

$$\Delta S_U = \Delta S_{12}^{gas} = nc_v \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1} = 2,17 \text{ J/K}$$

Qualitativamente, nel piano pV il ciclo è:

