Problema N° 25

Due moli di gas perfetto monoatomico compiono il seguente ciclo di trasformazioni tra stati di equilibrio termodinamico:

A-B : compressione isobara reversibile dallo stato A di temperatura T_A = 600 K allo stato B di temperatura T_B = 250 K;
B-C : riscaldamento isocoro reversibile, fino allo stato C;
C-D : espansione libera e adiabatica, nel vuoto, fino allo stato D;
D-A : espansione adiabatica reversibile fino a tornare nello stato A.

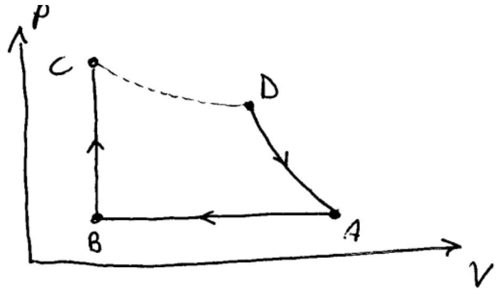
1) Graficare, qualitativamente, il ciclo nel piano *pV*.

Sapendo che il rendimento del ciclo vale η = 0,1 , determinare:

2) la temperatura T_C dello stato C;
3) la variazione di entropia dell'universo.

Soluzione

①



② si ha $\eta = 1 - \frac{|Q_{ceduto}|}{Q_{assorb.}}$

$Q_{DA} = 0$ (adiabatica)

$Q_{CD} = 0$ (libera e adiabatica)

$Q_{AB} = n c_p (T_B - T_A) < 0$ calore ceduto dal sistema

$Q_{BC} = n c_V (T_C - T_B) > 0$ calore assorbito dal sistema

$$\eta = 1 - \frac{|n c_p (T_B - T_A)|}{n c_V (T_C - T_B)}$$

Con alcuni passaggi si ottiene $T_C = T_B + \frac{c_p}{c_V} \frac{T_A - T_B}{1-\eta}$

$c_p = \frac{5}{2}$ $\quad c_V = \frac{3}{2}$ $\quad \frac{c_p}{c_V} = \gamma = \frac{5}{3}$ $\quad \Longrightarrow T_C \simeq 898,15$ K

③ $\Delta S_{U_{ciclo}} = \Delta S_{U_{CD}} = \Delta S_{gas_{CD}}$ $\quad$ ($\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DA}$ reversibili, $\overline{CD}$ adiabatica)

$\Delta S_{gas_{CD}} = nR \ln \frac{V_D}{V_C}$ $\quad$ (poiché $T_D = T_C$ essendo $\overline{CD}$ libera)

si ha $p_A V_A = nRT_A$ e $p_B V_B = nRT_B \Longrightarrow V_A = V_B \frac{T_A}{T_B} = V_C \frac{T_A}{T_B}$

Inoltre $T_D V_D^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1} \Longrightarrow \frac{V_D}{V_A} = \left(\frac{T_A}{T_D}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(\frac{T_A}{T_C}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$

$$\frac{V_D}{V_A} = \frac{V_D}{V_C \frac{T_A}{T_B}} = \left(\frac{T_A}{T_C}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \Longrightarrow \frac{V_D}{V_C} = \frac{T_A}{T_B}\left(\frac{T_A}{T_C}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Pertanto $\Delta S_{gas_{CD}} = nR \ln\left[\frac{T_A}{T_B}\left(\frac{T_A}{T_C}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}\right] \simeq 4,49 \ \frac{J}{K}$