

Problema n. 5

L'equazione di stato di una mole di gas reale è

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \quad \text{dove} \quad a = 3.5 \quad \ell^2 \times atm; \quad b = 0.1 \quad \ell.$$

Il gas compie una trasformazione quasi-statica alla temperatura costante $T_1 = 305 \text{ K}$, espandendosi da un volume iniziale $V_1 = 0.5 \ell$ ad un volume finale $V_2 = 0.7 \ell$.

Calcolare il lavoro compiuto dal gas.

^^

Soluzione

Per trasformazioni quasi statiche infinitesime il lavoro (infinitesimo) vale $\delta L = pdV$

Per trasformazioni quasi statiche finite si ha invece: $L = \int_I^F pdV$

Dall'equazione di stato del gas reale del nostro caso si ricava $p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$. Sostituendo ed integrando si ottiene:

$$L = \int_I^F \left(\frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \right) dV = RT_1 \left[\ln(V-b) \right]_{V_1}^{V_2} + \left[\frac{a}{V} \right]_{V_1}^{V_2} = RT_1 \ln \frac{V_2-b}{V_1-b} + a \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right).$$

Utilizzando il sistema pratico (o degli ingegneri), nel quale $R = 0.0821 (\ell atm / K)$ si ottiene:

$L = 8.15 \ell atm$. Per il Sistema Internazionale (S.I.) si ha invece (ricordando che $1 \ell atm = 101.3 \text{ J}$)

$L = 825 \text{ J}$