Prof. I. Massa - FISICA GENERALE L-C – 26 Marzo 2009
Termodinamica

Un cilindro chiuso da un pistone scorrevole senza attrito contiene $V_A = 3 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$ di aria (considerata gas ideale biatomico) in equilibrio con l'ambiente ($T_A = 300\ \mathrm{K}$; $p_A = 1\ \mathrm{atm}$). Il cilindro, con il pistone inizialmente bloccato, viene posto a contatto con un termostato a $T_B = 250\ \mathrm{K}$ fino a raggiungere l'equilibrio; si sposta ora il pistone, molto lentamente, mantenendo il contatto termico col termostato, fino a che la pressione ritorna a p_A. Tolto il contatto termico con il termostato si lascia libero il pistone fino a che il sistema ritorna in equilibrio alla temperatura T_A.

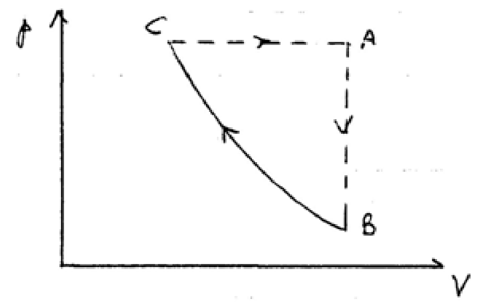
1) Disegnare qualitativamente nel piano *pV* il ciclo compiuto dall'aria contenuta nel cilindro

Successivamente calcolare:

2) Le quantità di calore scambiate dall'aria (contenuta nel cilindro) durante i tre processi e il lavoro complessivamente svolto;
3) Le variazioni di entropia di tale aria nei tre processi;
4) La variazione di entropia dell'universo in un ciclo.

Traccia della soluzione

1) Il ciclo termodinamico nel piano di Clapeyron è, qualitativamente



AB) isocora irreversibile

BC) compressione isoterma reversibile

CA) isobara irreversibile

2)

Il numero di moli di aria contenute nel cilindro è dato da

$$n = \frac{p_A V_A}{R T_A} = \frac{1{,}013 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-3}}{8{,}31 \times 300} \simeq 0{,}122 \text{ moli}$$

Per il calore Q_{AB} si ha (essendo $L_{AB}=0$) $Q_{AB} = n c_v (T_B - T_A)$

$$Q_{AB} = 0{,}122 \times \frac{5}{2} R \times (250-300) = -126{,}73 \text{ J} \qquad \left(\text{con } R = 8{,}31 \frac{\text{J}}{\text{moli K}}\right)$$

Per l'isoterma BC ($\Delta U_{BC} = 0$) si ha $Q_{BC} = L_{BC} = \int_B^C p\,dV = nRT_B \ln \frac{V_C}{V_B}$

Ma poiché $p_B \cancel{V}_B = nRT_B = nRT_C = p_C V_C \implies \frac{V_C}{V_B} = \frac{p_B}{p_C}$

Inoltre $p_B = \frac{nRT_B}{V_B}$ e $p_C = p_A = \frac{nRT_A}{V_A}$ Inoltre $V_A = V_B$ per cui:

$$\frac{V_C}{V_B} = \frac{\frac{\cancel{nR}T_B}{\cancel{V_B}}}{\frac{\cancel{nR}T_A}{\cancel{V_A}}} = \frac{T_B}{T_A} \qquad \text{quindi}$$

$$Q_{BC} = nRT_B \ln \frac{T_B}{T_A} = 0{,}122 \times 8{,}31 \times 250 \times \ln \frac{250}{300} = -46{,}21 \text{ J}$$

Per l'isobara CA si ha $Q_{CA} = n c_p (T_A - T_C) = 0{,}122 \times \frac{7}{2} R \times (300-250) =$
$= 177{,}42$ J (essendo $T_C = T_B$)

Il calore totale scambiato vale:

$Q_{tot} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = 4{,}48$ J ed è uguale al lavoro del ciclo

3) $$\Delta S^{AB}_{sistema} = n c_v \ln \frac{T_B}{T_A} + \cancel{nR \ln \frac{V_B}{V_A}} = -0{,}462 \text{ J/K}$$

$$\Delta S^{BC}_{sistema} = \cancel{n c_v \ln \frac{T_C}{T_B}} + nR \ln \frac{V_C}{V_B} = -0{,}1848 \text{ J/K}$$

$$\Delta S^{CA}_{sistema} = n c_p \ln \frac{T_A}{T_C} = 0{,}122 \times \frac{7}{2} R \ln \frac{300}{250} = 0{,}6469 \text{ J/K}$$

Ovviamente $\Delta S^{AB}_{sistema} + \Delta S^{BC}_{sistema} + \Delta S^{CA}_{sistema} = 0$ (perché ABCA è un ciclo)

Dal calcolo non risulta proprio 0 per le approssimazioni fatte

(ΔS_{ciclo} risulta infatti 0,00014 J/K) Sarebbe meglio fare:

$$\Delta S^{CA}_{sistema} = 0 - \left(\Delta S^{AB}_{sistema} + \Delta S^{BC}_{sistema}\right)$$

4) $$\Delta S_U^{ciclo} = \Delta S^{ciclo}_{ambiente} = -\frac{Q^{AB}_{sist.}}{T_B} - \frac{Q^{BC}_{sist.}}{T_B} - \frac{Q^{CA}_{sist}}{T_A}$$

Durante AB e BC l'ambiente è il termostato a temperatura T_B (costante)

Durante CA il sistema scambia calore con l'atmosfera che è alla temperatura costante T_A

$$\Delta S^{ciclo}_{amb} = \Delta S_U^{ciclo} = \frac{126,73}{250} + \frac{46,21}{250} - \frac{+177,42}{300} = 0,1 \text{ J/K}$$