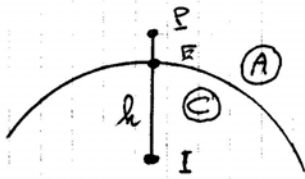


Problema N. 15

Il punto I in cui si genera un terremoto (ipocentro) è situato verticalmente, a profondità $h = 4 \text{ km}$, sotto il punto E (epicentro) situato sulla superficie terrestre. Da I vengono emesse onde elastiche (sismiche) longitudinali di frequenza $\nu = 25 \text{ Hz}$, che si propagano nella crosta terrestre con velocità di modulo $v_c = 3400 \text{ m/s}$. Queste onde, giungendo in superficie, determinano l'insorgere di onde sonore nell'atmosfera, ove si propagano con velocità di modulo uguale a $v_a = 340 \text{ m/s}$; in atmosfera, in un punto P vicino a E, esse vengono ricevute con un livello sonoro $\beta = 60 \text{ dB}$. Si assuma per la densità della crosta terrestre il valore $\rho_c = 5 \text{ g/cm}^3$ e per la densità dell'atmosfera il valore $\rho_a = 1,22 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3$. Calcolare:

- 1) l'intensità I_P delle onde sonore in P;
- 2) l'ampiezza A_P delle onde sonore in P;
- 3) nel punto E, l'ampiezza A_E delle onde sismiche emesse dalla sorgente I;
- 4) la potenza W irradiata da tale sorgente I.

Soluzione



$$h = 4 \text{ km} \quad \nu = 25 \text{ Hz}$$

$$\nu_C = 3400 \text{ m/s} \quad \nu_A = 340 \text{ m/s}$$

$$P \approx E \quad 60 \text{ dB}$$

$$\rho_C = 5 \text{ g/cm}^3 = 5000 \text{ kg/m}^3 \quad \rho_A = 1,22 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3 = 1,22 \text{ kg/m}^3$$

1) Dalla definizione di intensità del suono in dB

$$\beta = I_{dB} = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0} \quad \text{con } I_0 \approx 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

si ottiene, nel punto P (dove si hanno 60 dB):

$$10 \log_{10} \frac{I_P}{I_0} = 60 \quad \log_{10} \frac{I_P}{10^{-12}} = 6 \quad \frac{I_P}{10^{-12}} = 10^6$$

$$I_P = 10^{-6} \text{ W/m}^2 \quad (\text{N.B.: nel caso di onde su una corda tesa } I \text{ si misura in Watt})$$

2) Le onde sonore che arrivano in P hanno frequenza $\nu = 25 \text{ Hz}$ (come quella della sorgente in E, che deriva dalla sorgente di onde sinusoidali I), la relazione che lega l'ampiezza col'intensità di un'onda è, nel punto P:

$$I_P = \frac{1}{2} \rho_A A_P^2 \omega^2 \nu_A$$

(le onde sonore si stanno propagando nel mezzo A)

dove $\omega = 2\pi\nu$

Si ottiene pertanto $A_P = \frac{1}{2\pi\nu} \sqrt{\frac{2I_P}{\rho_A \nu_A}}$

Sostituendo i dati numerici si ottiene:

$$A_P = \frac{1}{2\pi \cdot 25} \sqrt{\frac{2 \times 10^{-6}}{1,22 \times 340}} = 4,42 \times 10^{-7} \text{ m} \quad \approx A_E \approx A_A$$

3) Considerando in E una incidenza delle onde sismiche normale alla superficie terrestre, si può pensare che le onde sismiche siano le onde incidenti e quelle sonore (generate in E) le onde trasmesse rispetto alla superficie che separa i due mezzi (crosta terrestre ed aria)

Si ricordi che per l'intensità (media) si può scrivere:

$$I = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} Z_0 \omega^2 A^2 \quad \text{dove } Z_0 = \frac{Z}{S} = \rho v \quad \begin{array}{l} \text{è l'impedenza} \\ \text{del mezzo per} \\ \text{unità di surf.} \end{array}$$

Nel nostro caso: mezzo ① = crosta terrestre C

mezzo ② = atmosfera (aria) A

$$Z_C = \rho_C v_C \quad Z_A = \rho_A v_A$$

In ① viaggiano le onde incidenti e riflesse

In ② viaggiano le onde trasmesse

Si ha

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_C}{Z_A} = \frac{\rho_C v_C}{\rho_A v_A} \gg 1 \quad \left(= \frac{5000 \times 3400}{1,22 \times 340} \right)$$

Pertanto, essendo $Z_1 \gg Z_2$

$$A_{\text{riflessa}} \simeq A_{\text{incidente}} \quad (A_{\text{incidente}} \equiv A_E)$$

$$A_{\text{trasmessa}} \simeq 2 A_{\text{incidente}} \quad (A_{\text{trasmessa}} \equiv A_A \simeq A_P)$$

Quindi

$$A_E \simeq \frac{1}{2} A_P$$

e, numericamente

$$A_E \simeq 2,21 \times 10^{-7} \text{ m}$$

4) Si ricordi ora che l'intensità della sorgente rappresenta la potenza che attraversa l'unità di superficie. Pertanto la

potenza della sorgente (supposta isotropa) W_I sarà data da:

$$W_I = I_E \cdot 4\pi h^2$$

essendo $4\pi h^2$ la superficie di una sfera con centro in I e raggio h .

Ma si ha:

$$I_E = \frac{1}{2} \rho_c A_E^2 \omega^2 U_c$$

cioè, numericamente:

$$I_E = \frac{1}{2} \cdot 5000 \times (2,21 \times 10^{-7})^2 \times (2\pi \times 25)^2 \times 3400 \approx 1,02 \times 10^{-2} \text{ W/m}^2$$

e quindi:

$$W_I = 1,02 \times 10^{-2} \times 4\pi \times 4000^2 = 2,06 \times 10^6 \text{ W}$$