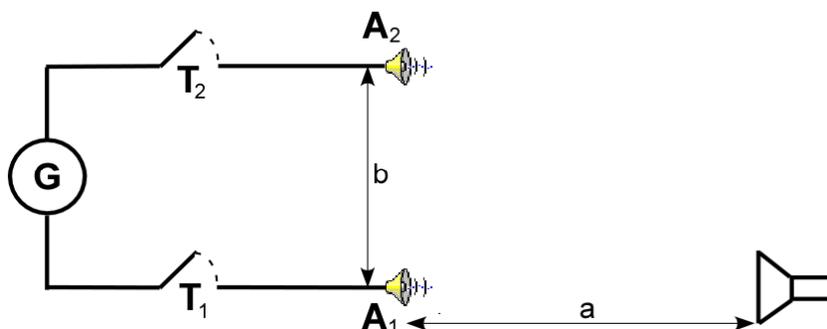


### Problema 19

Un generatore  $G$  di segnali sinusoidali, la cui frequenza può essere variata tra  $f_{\min} = 100$  Hz e  $f_{\max} = 1200$  Hz comanda, tramite due interruttori ideali  $T_1$  e  $T_2$ , due altoparlanti identici  $A_1$  e  $A_2$ . I due altoparlanti ed un ricevitore di onde acustiche  $R$  (vedi figura) sono posti ai vertici di un triangolo rettangolo di cateti  $a = 4$  m e  $b = 3$  m.



Si facciano le seguenti ipotesi: a) i due altoparlanti possono essere considerati come puntiformi e sorgenti isotrope di onde sonore sferiche; b) l'intero sistema si trova immerso in aria avente una densità volumetrica  $\rho_{aria} = 1.1$  g/dm<sup>3</sup>; c) la velocità del suono in aria sia  $v_{aria} = 330$  m/s.

1) Nella situazione iniziale l'interruttore  $T_2$  è aperto. Il ricevitore  $R$  capta il suono con un livello sonoro  $L_1 = 66$  dB. Determinare la potenza media dell'altoparlante  $A_1$ .

2) Nelle stesse condizioni di funzionamento del generatore  $G$ , viene chiuso l'interruttore  $T_2$  ed aperto  $T_1$ . In tale nuova situazione, determinare l'ampiezza dell'onda sonora che arriva su  $R$  quando il generatore  $G$  opera alla frequenza  $f_{\min}$  e quando opera alla frequenza  $f_{\max}$ .

3) Si supponga ora che entrambi gli interruttori  $T_1$  e  $T_2$  siano chiusi. Determinare per quali frequenze del generatore  $G$  si ottiene un massimo di intensità sonora sul ricevitore  $R$ .

## Soluzione

### Domanda 1)

$$\text{Si ha } \langle P_{A1} \rangle = 4\pi a^2 \bar{I}_{RA1} \quad \text{Ma } L_1 = 10 \log_{10} \frac{\bar{I}_{RA1}}{\bar{I}_0}$$

$$\bar{I}_{RA1} = \bar{I}_0 \times 10^{\frac{L_1}{10}} = 10^{-12} \times 10^{6.6} = 3,981 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

(Intensità sonora in R dovuta ad A1)

$$\langle P_{A1} \rangle = 4\pi \times 4^2 \times 3,981 \times 10^{-6} \cong 8 \times 10^{-4} \text{ W} \quad (\text{potenza media altoparlante 1})$$

### Domanda 2)

La distanza tra la sorgente del suono (A2) e ricevitore R è

$$d = \sqrt{a^2 + b^2} = 5 \text{ m}$$

Se i due altoparlanti sono uguali:  $\langle P_{A2} \rangle = \langle P_{A1} \rangle = 8 \times 10^{-4} \text{ W}$

$$\text{Pertanto } \bar{I}_{RA2} = \frac{\langle P_{A2} \rangle}{4\pi d^2} = 2,548 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2 \quad (\text{Intensità sonora in R dovuta ad A2})$$

Il legame tra Intensità ed Ampiezza è dato da

$$I_R = \frac{1}{2} z \omega^2 A_R^2 \quad \text{con } \omega = 2\pi f$$

$$z \cong z_{\text{aria}} = \rho_0 v = 1,1 \times 330 = 363 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}}$$

$$\text{Si ha allora } A_R = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{2 I_R}{z}} \quad \text{e} \quad \begin{cases} A_R(f_{\min}) = \frac{1}{2\pi f_{\min}} \sqrt{\frac{2 I_{RA2}}{z_{\text{aria}}}} \\ A_R(f_{\max}) = \frac{1}{2\pi f_{\max}} \sqrt{\frac{2 I_{RA2}}{z_{\text{aria}}}} \end{cases}$$

$$A_R(f_{\min}) \cong 1,886 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$A_R(f_{\max}) \cong 1,571 \times 10^{-8} \text{ m}$$

### Domanda 3)

I due segnali sonori emessi da A1 ed A2 arrivano in R sfasati dalle quantità  $d = d - a = \sqrt{a^2 + b^2} - a = 1 \text{ m}$

Si avrà un massimo di intensità in R se

$$d = N \lambda \quad (\text{con } N \text{ intero})$$

$$\text{Ha } \lambda = \frac{v}{f} \quad \text{per cui } d = N \lambda = N \frac{v}{f}$$

$$\text{Si ha quindi } f = \frac{N v}{d} = N \frac{330}{d} = 330 N$$

$$\begin{array}{l} N=1 \Rightarrow f_1 = 330 \text{ Hz} \\ N=2 \Rightarrow f_2 = 660 \text{ Hz} \\ N=3 \Rightarrow f_3 = 990 \text{ Hz} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} N=1 \\ N=2 \\ N=3 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{accettabili perché} \\ f_{\text{min}} < f < f_{\text{max}} \end{array}$$

$$N=4 \Rightarrow f_4 = 1320 \text{ Hz} \quad \text{non accettabile } (> f_{\text{max}}) \\ \text{come per } \forall N > 3$$

Le tre frequenze 330, 660, 990 Hz sono le sole che soddisfanno al problema